

物理学実験 I

課題 6

光子計数

実験者番号 72

学籍番号 B9SB2032 木村佑斗

2022年2月2日

目次

1	目的	3
2	原理	3
3	実験 1：光子の相関	3
3.1	実験方法	3
3.2	結果 1-1：暗電流の測定結果	4
3.3	考察 1-1:これからの測定への暗電流の影響	5
3.4	結果 1-2：発光強度と光子数の計測	5
3.5	考察 1-2 相関について	10
4	実験 2：光子数の分布と統計的取り扱い	10
4.1	実験 2-0・1：パルスカウントとフォトンカウンティング信号の確認	10
4.2	実験 2-2：ダークカウントの測定	11
4.3	実験 2-3：光子数のカウント	11
4.4	実験 2-4：測定回数と度数分布	12
4.5	実験 2-5：光子量と分布関数	13
4.6	実験 2-6：誤差のある測定値の解析（LED の印加電圧依存性）	14
5	レポート問題	17
6	結論	17

1 目的

量子力学や電子の二重スリット実験によって光や電子などは粒子と波動の性質を併せ持つことが明らかになった。しかし、新たな知見は新たな疑問を生む。結局のところ粒子と波動どちらなのか？ という問いは自然に出てくる。本実験の目的は統計的手法を用いて、光は粒子なのか、波動なのかを決定することである。

2 原理

本実験は LED から発生させた光をビームスプリッターにあてて 2 本の光に分ける。大前提として、光は光子の集合体である。だからと言って光が粒子であるとは限らない。なぜなら、光は回折や干渉などの波の性質を示すからである。本実験では統計的な振る舞い（相関関係）から光（光子の集合体）が粒子なのか、波なのかを決定しようということである。本実験は LED から発生させた光をビームスプリッターにあてて 2 本の光に分ける。光が波である場合、別れた光の強度には相関がある。粒子である場合、別れた光の強度には相関が無い。相関を調べることで、光が粒子なのか波なのかを決定できる。光子数の分布について説明する。測定時間*1中に光源で N 個の光子が発生したとする。このうち、 k 個が測定されて $N - k$ 個は何らかの要因で測定からもれるとする。光子が光源から出たときから考えて、その光子が測定される確率を $p = \frac{k}{N}$ とすると、検出される光子の光子数の分布*2は二項分布*3 $B(k, N)$ となる。

$$\begin{aligned} B(k, N) &= {}_N C_k p^k (1-p)^{N-k} \\ &= \frac{N!}{k!(N-k)!} p^k (1-p)^{N-k} \end{aligned}$$

光源から測定機器の距離が遠かったり、途中で障害物*4がある場合、確率 p はゼロに近づく ($p \rightarrow 0$)。さらに、光源から出る光子数 N が非常に大きいとする ($N \rightarrow \infty$)。この時、測定される平均測定光子数 $L \equiv Np = \text{const}$ となるような極限 ($N \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$) をとると、ポアソン分布 Po_L となる*5。

$$Po_L = \frac{L^k e^{-L}}{k!}$$

平均測定光子数 L が大きいときはポアソン分布 $Po(L)$ はガウス分布（正規分布） $N(\mu, \sigma^2)$ に近づく。

$$N(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

μ は（測定光子数の）期待値、 σ^2 は分散を表す。

3 実験 1：光子の相関

3.1 実験方法

暗箱内にある LED に駆動パルスを通し、それによって発生した光子をビームスプリッターで 2 つに分けた。それぞれフォトダイオードに入射させ、光電効果によって光電子を発生させた。光電子増倍管で光電子を測定可能な電圧まで増幅させて、分解後の光子数の相関を調べた。まず、ゲート時間を 10 μ s に設定して暗電流によるパルス数を 30 回測定した。その後おおよ 10V 程度の高さのパルスが出るように駆動パルスの電圧を調節し、10V 程度のパルスが表示されたらその電圧を記録した。CH1 と CH2 どちらも 20 個データを取った。その平均を光子 1 個当たりの電圧と決め、その基準電圧を判断基準として、駆動パルスの電圧を 4V から 1V ずつ上げていって 10V まで、増幅された光電子の電圧を 30 回測定した。基準電圧の m 倍のパルスには m 個の光子が含まれているとした。ただし m は自然数。

*1 これをゲート時間（Gate Time）と呼ぶ。

*2 測定を何度も繰り返した時に得られる、光子数に関するヒストグラムの形のこと。

*3 Binomial distribution

*4 本実験の場合、ビームスプリッターやケーブルなど。

*5 k が実際に測定できた光子数。

3.2 結果 1-1：暗電流の測定結果

オシロスコープの時間軸は $1\mu\text{s}$ に設定していたので、ゲート時間は $10\mu\text{s}$ となる。結果を度数分布表に対応するポアソン分布の値と合わせてまとめた。相対度数は有効数字 2 桁、ポアソン分布の値は Excel で得られた値をそのまま載せてある*6。

表 1 暗電流のパルス数の度数分布と対応するポアソン分布の値

パルス数 n	CH1			CH2		
	度数	相対度数	ポアソン Po(n)	度数	相対度数	ポアソン Po(n)
0	3	0.1	0.15	10	0.33	0.332871084
1	12	0.4	0.28	10	0.33	0.366158192
2	5	0.17	0.269971358	7	0.23	0.201387006
3	6	0.2	0.17098186	3	0.1	0.073841902
4	3	0.1	0.081216383	0	0	0.020306523
5	1	0.033	0.030862226	0	0	0.004467435
平均 M	1.9	1.9	1.9	1.1	1.1	1.1
分散 V	1.69	1.69	1.9	0.956666667	0.956667	1.1

測定点とポアソン分布を重ねたグラフが図 1・2 である。CH2 はポアソン分布の再現性は高かったが、CH1 は $n = 1$ と $n = 2$ の測定点がポアソン分布から外れたが全体的にはポアソン分布のような形となった。

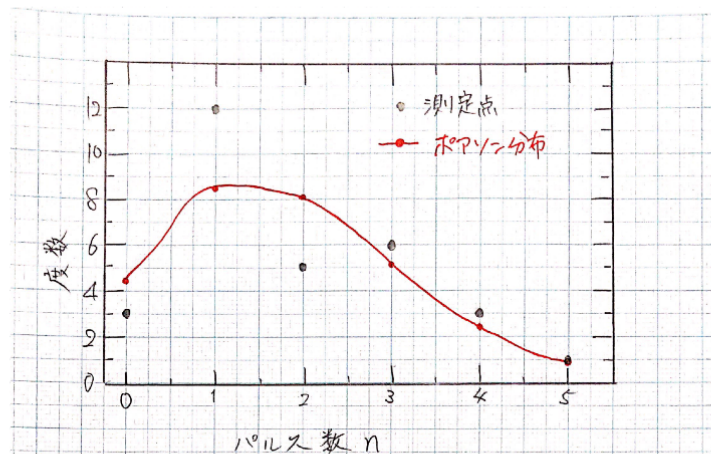


図1. 暗電流による CH1 のパルス数とポアソン分布の比較

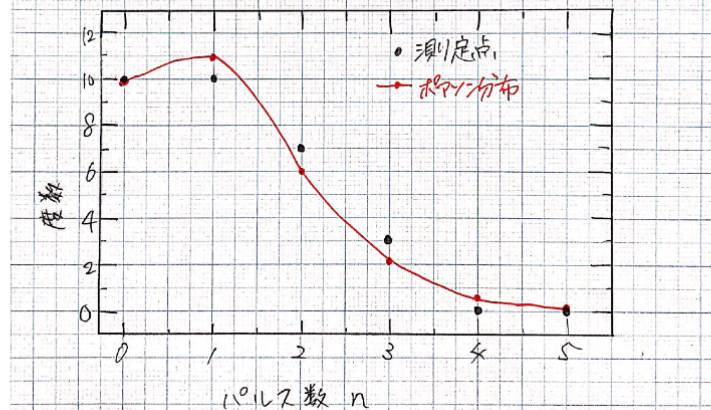


図2. 暗電流による CH2 のパルス数とポアソン分布の比較

*6 ポアソン分布は理論値であるため、有効桁は無制限としてよい。さらに、なるべく正確な値でグラフを描くために測定データと有効桁を合わせなかった。

3.3 考察 1-1:これからの測定への暗電流の影響

ゲート時間 $10\mu\text{s}$ で発生した暗電流による平均パルス数をそのゲート時間で割ると暗電流による単位時間でのパルスの発生頻度 λ が求まる。

$$\lambda_{CH1} = \frac{1.9}{10 \times 10^{-6}} = 1.9 \times 10^5 \quad [\text{s}^{-1}]$$

$$\lambda_{CH2} = \frac{1.1}{10 \times 10^{-6}} = 1.1 \times 10^5 \quad [\text{s}^{-1}]$$

実験 1-2 ではゲート時間を 50ns とした。この時間中に暗電流のパルス数が検出される期待値 n^{dark} は

$$n_{CH1}^{dark} = 1.9 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-9} = 9.8 \times 10^{-3}$$

$$n_{CH2}^{dark} = 1.1 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-9} = 5.5 \times 10^{-3}$$

となる。実験 1-2 ではこのゲート時間で数回から数十回のパルスが観測できた。この測定回数よりも n^{dark} のオーダーが 4 桁も小さいので、暗電流が測定に与える影響は極めて小さく、そのため無視しても良いことになる。

3.4 結果 1-2：発光強度と光子数の計測

駆動パルスを 3V とした時の 10mV 付近の電圧をそれぞれ 20 回記録した。

表 2 CH1・2 それぞれにおける光子 1 個の電圧

CH1[mV]	CH2[mV]
10	6.4
10	8
10.4	8
10.8	8
9.2	7.6
8.4	6.8
11.2	7.6
10	6.8
9.2	7.2
9.6	7.2
9.6	7.2
10.4	6
10.4	7.2
10.4	7.2
8.4	7.6
9.6	8
10	7.2
10.4	7.2
9.6	7.6
11.6	6.4

平均はそれぞれ、CH1 は $h=10\text{V}$ 、CH2 は $h=7.3\text{V}$ となった。すなわち、以下の実験では「波高が $(n-1/2)h$ と $(n+1/2)h$ の範囲にあれば n 光子」という約束の下で測定した。以下に駆動パルスが $4\text{V} \sim 10\text{V}$ の時の光子数の度数分布表を載せる。

表 3 LED 駆動パルス 4V の時の光子数の度数分布

パルス数	CH1	CH2
0	24	23
1	6	6
2	0	1
平均 M	0.20	0.27
分散 V	0.16	0.26
M/L	1.3	1.0

表 4 LED 駆動パルス 5V

光子数	Ch1	CH2
0	0	2
1	1	5
2	1	12
3	10	9
4	8	2
5	2	0
6	3	0
7	2	0
8	2	0
9	1	0
平均 M	4.4	2.1
分散 V	3.6	0.98
M/V	1.2	2.2

表 5 左側の表の見出し

表 6 LED 駆動パルス 6V

光子数	CH1	CH2
3	0	5
4	1	8
5	1	1
6	0	5
7	6	6
8	4	2
9	7	1
10	0	1
11	2	1
12	2	0
13	2	0
14	2	0
15	1	0
16	1	0
17	1	0
18	0	0
19	0	0
20	0	0
平均 M	9.8	5.7
分散 V	10	4.6
M/V	0.96	1.2

表7 LED 駆動パルス 7V

光子数	CH1	CH2
6	0	3
7	0	3
8	0	11
9	0	5
10	3	2
11	5	3
12	0	1
13	1	1
14	3	1
15	2	0
16	5	0
17	1	0
18	4	0
19	2	0
20	1	0
21	1	0
22	1	0
23	1	0
平均 M	15	8.8
分散 V	14	3.8
M/V	1.1	2.3

表8 LED 駆動パルス 8V

光子数	CH1	Ch2
7	0	5
8	0	0
9	0	1
10	0	5
11	0	6
12	0	4
13	0	3
14	0	2
15	0	0
16	4	1
17	6	1
18	4	1
19	3	1
20	2	0
21	1	0
22	1	0
23	3	0
24	2	0
25	0	0
26	1	0
27	1	0
32	1	0
36	1	0
平均 M	21	12
分散 V	23	9.7
M/V	0.90	1.2

表9 LED 駆動パルス 9V

光子数	CH1	CH2
9	0	1
10	0	1
11	0	2
12	0	1
13	0	1
14	0	2
15	0	3
16	0	5
17	0	4
18	0	3
19	0	4
20	2	1
21	0	1
22	0	1
23	0	0
24	0	0
25	3	0
26	4	0
27	2	0
28	2	0
29	4	0
30	2	0
31	2	0
32	2	0
33	2	0
34	1	0
35	2	0
36	1	0
43	1	0
平均	29	16
分散	22	10
M/V	1.3	1.6

表10 LED 駆動パルス 10V

光子数	CH1	CH2
13	0	1
14	0	0
15	0	1
16	0	6
17	0	1
18	0	5
19	0	3
20	0	5
21	0	1
22	0	3
23	0	1
24	0	2
25	0	0
26	0	1
27	1	0
28	1	0
29	1	0
30	1	0
31	1	0
32	2	0
33	3	0
34	2	0
35	2	0
36	0	0
37	3	0
38	1	0
39	0	0
40	2	0
41	1	0
42	4	0
43	2	0
44	0	0
45	3	0
平均	37	19
分散	28	8.9
M/V	1.3	2.2

以上の結果から、平均と分散の比をまとめると次の表 11 のようになった。

表 11 光子数の平均 M と分散 V の比 M/V

LED 駆動パルスの電圧 [V]	CH1	CH2
4	1.3	1
5	1.2	2.2
6	0.96	1.2
7	1.1	2.3
8	0.91	1.2
9	1.3	1.6
10	1.3	2.1

次に、LED 駆動パルスを 9V に設定したときのデータを用いて光子数の散布図を作った (図 3)。この散布図を見ると、CH1 と CH2 の光子数にきれいな相関は無いことがわかる。続いて、各電圧における相関係数を表 12 に載せた。4V と 5V については度数分布のみ記録していたため、相関係数は求められなかった。

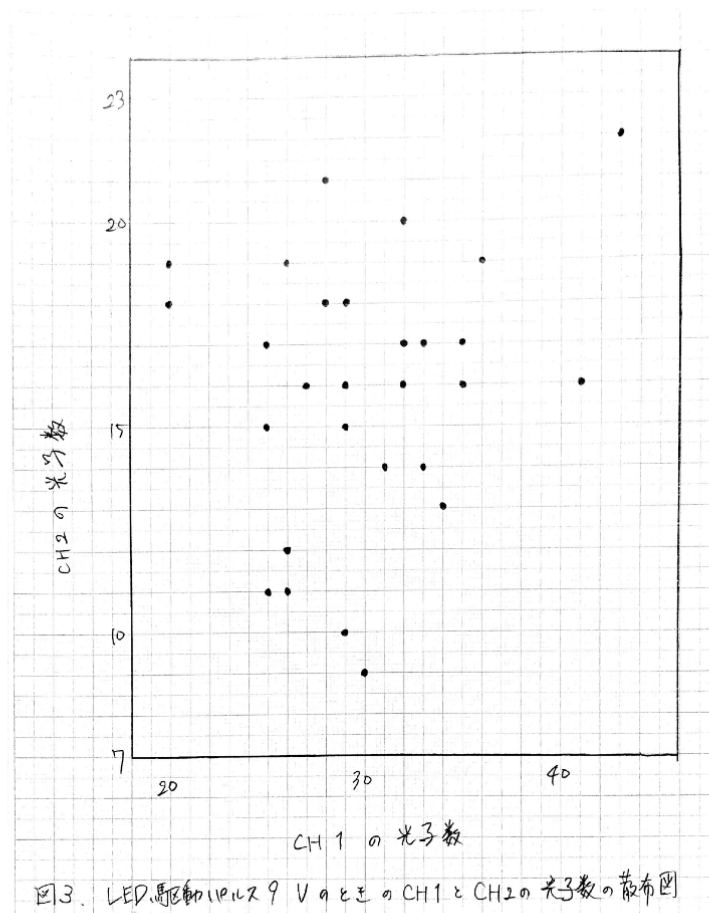


表 12 各電圧における相関係数 S

電圧 [V]	相関係数 S
4	-
5	-
6	-0.14
7	0.15
8	-0.052
9	0.15
10	-0.36

3.5 考察 1-2 関連について

光子数がポアソン分布に従うならば、その平均と分散の比は 1 に近い値となるはずである。表 11 を見てみると、どの電圧における比の値も 1 から大きく外れていない。したがって光子数はポアソン分布に従っている。次に関連について考える。まずは散布図を見てみる。明らかに相関が無さそうである。そこで実際に計算して相関係数を求めてみると、表 12 のような電圧でも S は 0 に近い。したがって、やはり相関は無い。つまり、光子は粒子的に振舞っている。

4 実験 2：光子数の分布と統計的取り扱い

4.1 実験 2-0・1：パルスカウントとフォトンカウンティング信号の確認

4.1.1 実験方法

10kHz と 20kHz の繰り返し矩形波のパルス数をパルスカウンターに入力し複数のゲート時間で 10 回測定し、カウンターが適切に動作しているかを調べた。次に LED の光をパルスカウンターとオシロスコープに接続して印加電圧の上限とパルスの波形を調べた。

4.1.2 結果

それぞれの条件での平均カウント数は表 13 の通り。

表 13 各条件下での平均カウント数

Gate Time	10kHz	20kHz
100us	2	3
1ms	10	21
10ms	100	200

オシロスコープで観測した波形は以下の図のような波形だった。1 つ目のパルスの後ろに小さなパルスが複数あった。光源用電圧が 1.48V の時と 1.68V の時のパルスの高さはそれぞれ 2.75V、2.79V だった。半値全幅はそれぞれ 8.4ns と 8.1ns だった。

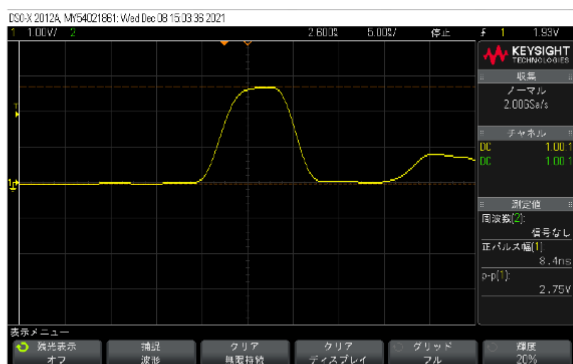


図 1 光源用電圧 1.48V

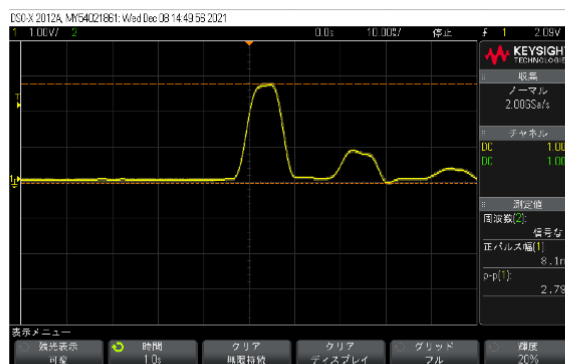


図 2 光源用電圧 1.68V

過大光ランプは、光源用電圧を 1.79V まで上げたときに点灯した。その時のカウント数は約 40,000 カウントだった。

4.1.3 考察

ゲート時間とパルス数は比例し、周波数とパルス数も比例している。したがってパルスカウンターは正常に動作している。オシロスコープで見えた波形には複数のパルスがあった。先頭以外のパルスは、LED からの信号が直接オシロスコープに入らずにカウンターまで到達して、その反射したものがオシロスコープで記録されたのだと考えることができる。

4.2 実験 2-2：ダークカウントの測定

4.2.1 実験方法

光源用の印加電圧を 0V にし、ゲート時間を 1ms に設定して 10000 回測定した。そのデータをもとに平均を求め、あらかじめ用意されたプログラムで分散と二乗残差を求めた。

4.2.2 結果

結果は以下の通り。

表 14 ダークカウント測定結果

平均	分散	二乗残差
0.0086	0.013	0.98

4.2.3 考察

本実験で用いているフォトンカウンティングヘッドはダークカウントのカタログ標準値として 50s^{-1} と書かれている。今回の測定結果を 1000 倍すると、 8.6s^{-1} という値になる。これは標準値と比べて優位に小さい。すなわち、本実験の装置はうまく環境の光や放射線を遮蔽できていると考えられる。また、以降の実験ではゲート時間 1ms において 1000 カウント程度にした。したがってダークカウントの影響は十分無視できる。

4.3 実験 2-3：光子数のカウント

4.3.1 実験方法

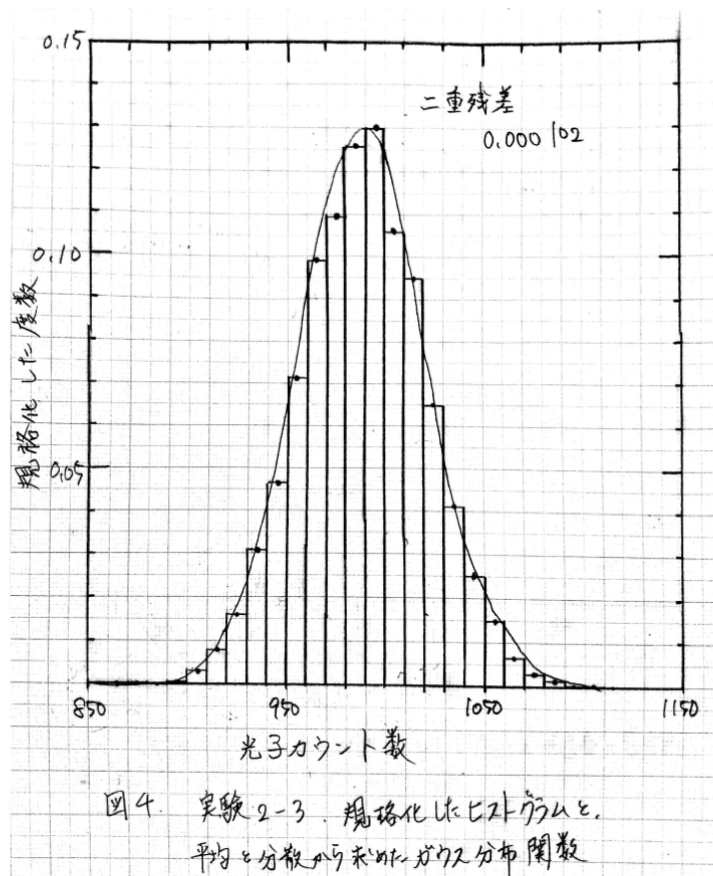
ゲート時間を 1ms に設定してカウント数がこのゲート時間で 1000 個程度になるように印加電圧を調節した。1.58V だった。この状態で 10000 回測定した。その後、データ点が 20 個程度になるようにヒストグラムを作成した。また、平均、分散、二乗残差も求めた。二乗残差とはフィッティングした結果の関数とデータ点の差の 2 乗の和である。すなわち二乗残差が 0 に近ければ近いほど、今の場合ガウス分布に近いということになる。

4.3.2 結果

表 15 実験 2-3 測定結果

平均	分散	二乗残差
989	965	0.000102

規格化したヒストグラム（確率分布関数）と、実験で得られた平均、分散を持つガウス分布関数を描いたのが図 4 である。ヒストグラムの形は正規分布に近かった。



4.3.3 考察

実験 2-2 で測定したダークカウントの平均値とこの実験の光子数カウントの平均値を比べると、ダークカウントは無視して良いレベルだとわかる。

4.4 実験 2-4：測定回数と度数分布

4.4.1 実験方法

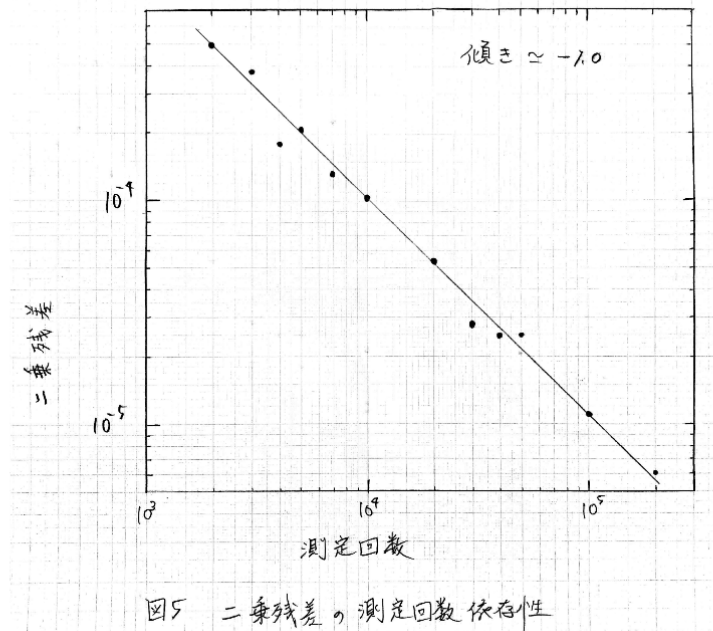
カウント数がゲート時間 1ms で 1000 個程度になるように電圧を調整した。測定回数を変えながらプログラムで二乗残差を求めていった。その後、得たデータを両対数グラフにプロットした。

4.4.2 結果

結果は表 16 のようになった。また、測定回数を横軸に、二乗残差を縦軸に両対数グラフにプロットした (図 5)。両対数グラフ上で、傾きは-1.0 になった。両対数グラフは累乗関数の場合直線になる。すなわち、傾きが-1.0 の場合、二乗残差は測定回数の-1.0 乗に比例することになる。

表 16 実験 2-4 の結果

測定回数	二乗残差	平均
2000	5.0×10^{-4}	953
3000	3.8×10^{-4}	973
4000	1.8×10^{-4}	981
5000	2.1×10^{-4}	989
7000	1.4×10^{-4}	997
10000	1.1×10^{-4}	999
20000	5.4×10^{-5}	1007
30000	2.8×10^{-5}	1026
40000	2.5×10^{-5}	1046
50000	2.5×10^{-5}	1051
100000	1.1×10^{-5}	1067
200000	6.1×10^{-6}	?



4.4.3 考察

測定結果と両対数グラフから、測定回数を増やすとガウス分布に近づくことになる。その近づき方は「測定回数に反比例」だった。つまり、理想的には測定回数を無限回にすれば分布は正確にガウス分布に一致する。しかし、今は統計誤差だけでなく、測定機器による系統誤差もあるので、測定回数を無限回にしても必ずしもガウス分布に一致するとは限らない。

4.5 実験 2-5：光子量と分布関数

4.5.1 実験方法

ゲート時間を 1ms、測定回数は全て 1 万回として印加電圧を 1.1V から 1.6V まで 0.05V ずつ上げてそれぞれカウント数を測定した。

4.5.2 結果

プログラムを用いて、平均カウント数、分散、二乗残差を求めた。その結果を光源電圧とともに表にまとめた。

表 17 実験 2-5 の測定結果

電圧 V	平均カウント数	分散	二乗残差
1.10	0.0047	0.0048	0.99
1.15	0.0040	0.0048	0.99
1.20	0.0045	0.0064	0.99
1.25	0.0061	0.0074	0.79
1.30	0.0139	0.0137	0.97
1.35	0.0717	0.0729	0.27
1.40	0.462	0.467	0.017
1.45	3.31	3.38	0.0020
1.50	23.6	23.4	0.00017
1.55	165	171	0.000092
1.60	1100	1080	0.000089

また、平均カウント数が数カウント程度である 1.45V の時のヒストグラムが図 6 である。カウント数の大きい方に尾を引いている分布の形だった。

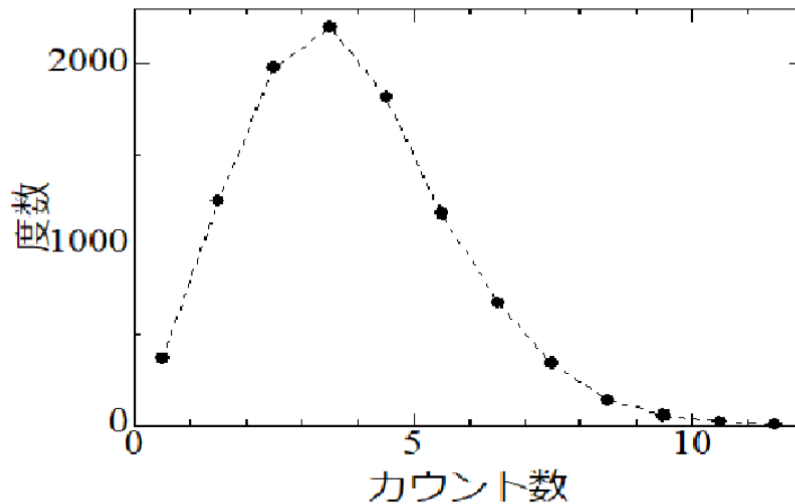


図 3 1.45V の時のヒストグラム

4.5.3 考察

表 17 の平均カウント数と分散の比を考える。1.50V までは 1 に近く 1.55V から 1 から離れていっていることがわかる。平均と分散が一致するのはポアソン分布の特徴である。すなわち 1.45V までは光子カウント数はポアソン分布に従っていることになる。また、二乗残差に注目すると、平均カウント数が大きくなるに従って 0 に近づいていることがわかる。すなわちカウント数が大きくなるとガウス分布に近づいていることが確認できた。

4.6 実験 2-6：誤差のある測定値の解析（LED の印加電圧依存性）

4.6.1 方法

実験 2-5 で測定した時の各電圧で 1 回目の測定値を用いて、誤差を考慮した場合の解析をした。

4.6.2 結果

最低電圧 1.1V の時の 1 回目の測定カウント数は 0 だった。これをダークカウント数とする ($y_d = 0$)。各電圧の 1 回目の測定カウント数 y_m と光子数 y_p はダークカウント数を 0 としているので等しくなる。光子数の分散 $\sigma_p^2 = \sigma_m^2 + \sigma_d^2 = 1 + \sigma_m^2$ 、 $Y_p = \ln y_p$ 、 $\sigma_{Y_p} = \frac{\sigma_p^2}{y_p}$ 、 $\omega = 1/\sigma_{Y_p}^2$ 、電圧を x と定義すると、次の表ができる。

表 18 実験 2-6 のデータのまとめ

x [V]	y_m	y_d	y_p	σ_p^2	Y_p	σ_{Y_p}	ω	ωx	ωx^2	ωY_p	$\omega Y_p x$
1.40	1	0	1	2	0	2	0.5	0.7	1	0	0
1.45	2	0	2	3	0.7	0.8	1	2	3	0.9	1
1.50	25	0	25	26	3.2	0.042	24	36	54	77	120
1.55	167	0	167	168	5.12	0.00602	166	257	399	850	1320
1.60	1080	0	1080	1081	6.985	0.0009268	1079	1730	2760	7537	12100
合計	-	-	-	-	-	-	1247	2020	3220	8465	13500

誤差を考慮した最小二乗法は直線の式に対して、上の表の結果を用いると傾き a と切片 b は、

$$a = \frac{1247 \times 13500 - 2020 \times 8465}{1247 \times 3220 - 2020^2} \approx 3.904$$

$$b = \frac{3220 \times 8465 - 2020 \times 13500}{1247 \times 3220 - 2020^2} \approx 0.4572$$

となる。こうして求めた直線と、誤差を考慮しない普通の最小二乗法で求めた直線を 1 つの片対数グラフ上に描いた (図 3)。明らかに正しくない。

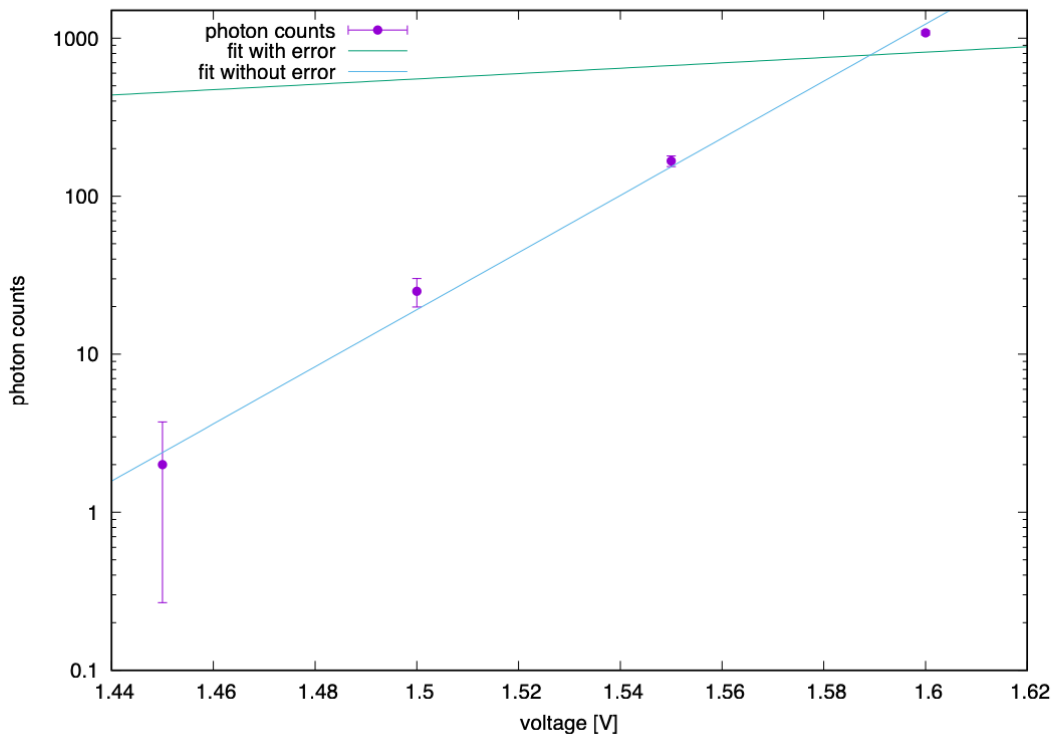


図 4 実験 2-5 における各電圧時の 1 回目の光子カウント数 (fitting は手計算)

誤差を考慮した直線が誤差棒範囲を大きく外れていたため、gnuplot で誤差ありと誤差なしの両方で fitting した結果が図 4 である。傾き $a = 37.9 \pm 0.7$ 切片 $b = -54 \pm 1$ となった。

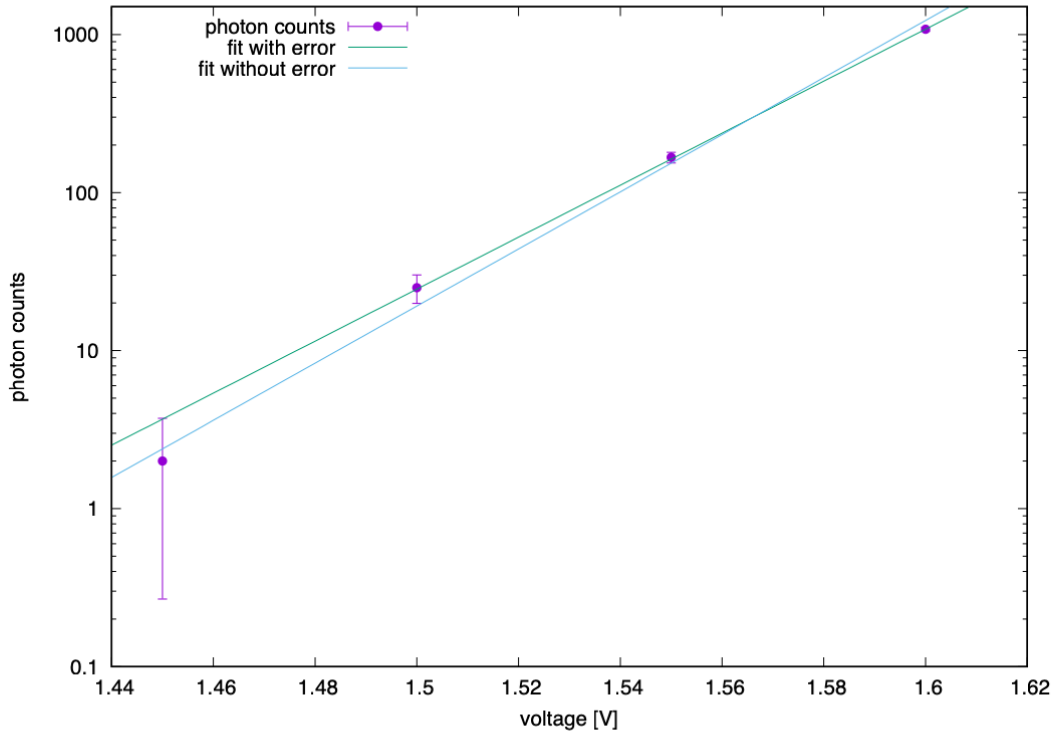


図5 実験 2-5 における各電圧時の 1 回目の光子カウント数 (fitting は gnuplot)

4.6.3 考察

手計算での自分の間違いがどうしてもわからなかったので、gnuplot で得たグラフをもとに考察する。片対数グラフだとわかりづらいので、グラフは直線のまま、縦軸を線形の軸として考える（つまり $Y_p = \ln y_p$ で考える）。すると、誤差は 1.45V 側（低電圧側）の方が大きく、プロット点から大きくずれている（ただし誤差棒範囲には収まっている）。一方誤差を考慮していない近似直線よりも 1.5V、1.55V、1.6V のプロット点の近くを通過している。このことから、誤差を考慮することは、誤差が大きなデータはあまり信用せずに、逆に誤差が小さい方を信用してそちらの方に注目するということになる。

LED の電圧-光量特性は

$$P(V) = P_0 \exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right)$$

であることと、誤差を考慮した直線の傾きの値から、

$$a = \frac{e}{k_B T} = 37.9$$

となる。 $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{JK}^{-1}$, $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{C}$ より、

$$T \simeq 306 \text{K}$$

となる。

$$T = \frac{e}{k_B a}$$

より、

$$\frac{\partial T}{\partial a} = -\frac{e}{k_B a^2}$$

となるので、温度 T の誤差 ΔT は誤差伝播の式から

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{e}{k_B a^2} \Delta a \\ &= \frac{e}{37.9^2 \times k_B} \times 0.7 \\ &\simeq 6 \end{aligned}$$

以上より、温度 T は $T = 306 \pm 6 \text{K}$ となる。これは常温（室温）レベルである。

5 レポート問題

1. 光は我々の知っている粒子の性質を完璧に示す。これは測定回数が少ない時にはポアソン分布、測定回数を増やすとガウス分布に従うということと、ビームスプリッターで光を分割した時に、分割後の2つの測定で相関性がないことから言えることである。ただし、光が粒子性を示すからといって、粒子であるとは言っていない。なぜなら光は波動性も示すからである（回折や干渉など）。
2. 光子1個のエネルギーは $E = h\nu = hc/\lambda$ [J] であり、 $1[\text{mW}] = 1 \times 10^{-3} [\text{J/s}]$ である。波長が $500[\text{nm}] = 500 \times 10^{-9} [\text{m}]$ 、プランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34} [\text{Js}]$ 、光速 $c = 3.0 \times 10^8 [\text{m/s}]$ であるから、この波長の可視光の光子1個のエネルギー E は

$$\begin{aligned} E &= \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{5 \times 10^{-9}} \\ &= 0.0396 \times 10^{-17} [\text{J}] \end{aligned}$$

従って、1mW の波長 500nm の可視光 1 秒間に含まれる光子数 N は

$$N = \frac{1 \times 10^{-3} [\text{J/s}]}{0.0396 \times 10^{-17} [\text{J}]} \simeq 3 \times 10^{15} [\text{/s}]$$

となる。分散が粒子数のみによるものだとすると、分散 $\sigma^2 = N$ となる。標準偏差を分散の原因である粒子数で規格化することでおよそそのゆらぎが求まる。すなわちゆらぎは

$$\frac{\sigma}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} = 2 \times 10^{-6}$$

程度になる。

6 結論

本実験によって、光は粒子の性質を示すことが明らかになった。測定回数が少ない時はポアソン分布に、測定回数・光子数を増やすとガウス分布に従う。

参考文献

- [1] デジタル大辞泉