




素粒子の相互作用と磁気モーメント

実験者番号 16 木村佑斗 (共同実験者 )

2022年1月28日

1 実験の目的

物質を支配する4種類の力が存在する。重力、弱い相互作用、電磁相互作用、そして強い相互作用である。これらのうち、重力は素粒子の世界では無視できる。強い相互作用は原子核の形成に寄与する力である。本実験では、素粒子の崩壊に関与する弱い相互作用と、電磁相互作用に着目する。本実験の目的は、軌道角運動量とスピン角運動量の磁気モーメントの作られやすさの違いを表す「ランダのg因子」を、一様磁場中のミュオン崩壊を解析することで実験的に求めることである。

2 実験の原理

1. 実験に使用する機器

プラスチックシンチレータ：特徴は10ns以下の短い時定数の発光が得られることである。そのため、2つの信号の時間差を見るような高速な測定に適している。

光電子増倍管(PMT)：光電効果と電圧を繰り返すことで、シンチレータで生じた検出不能なほどの微弱な光子を増幅させ、検出可能な強度にする。(浜松ホトニクス社製、1.5インチヘッドホン型光電子増倍管)

コイル：メインコイル(355×4巻き)、サブコイル(150×2巻き)。

ガウスメータ：磁束密度を測定する。(米国Lakeshore社製、ホール効果を利用したガウスメータ。)測定精度±2%。

オシロスコープ、同軸ケーブル(特性インピーダンス50Ω)

NIM電子回路：素粒子・原子核実験で実際に使用される高速論理回路の標準規格であるNIM規格に沿って制作された回路。特性インピーダンスは50Ω。

CAMAC：パソコンなどの電子計算機をデータ処理装置のインタフェイスユニットに関する国際規格CAMACに沿った、素粒子・原子核実験でデータ収集・コントロールの目的で用いられる標準バス。

2. 磁気モーメント

素粒子は軌道角運動量 L とスピン角運動量 S より、磁気モーメントは

$$\mu = \frac{e}{2m}(L + gS) \quad (1)$$

と表される。gはランダのg因子であり、本実験の主役である。一様磁場中の磁気モーメントを持った粒子はラーモア歳差運動をする。その角速度 ω_L は

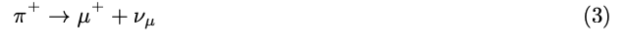
$$\omega_L = g \frac{e}{2m} B \quad (2)$$

となる。本実験ではこの角速度 ω_L を実験的に求めてg因子を計算する。

3. 宇宙線のミュオン

ミュオンは素粒子の中でレプトンに分類される。レプトンには強い力は働かず、重力を無視すれば、弱い力と電磁気力だけ働く。標準理論におけるレプトンは電荷を帯びている、電子・ミュオン・タウ粒子、さらに電荷をもたない電子ニュートリノ・ミュオンニュートリノ・タウニュートリノの6種類が存在する。また、電子・ミュオ

ン・タウ粒子は-1の電荷をもつが、+1の電荷をもつ反電子・反ミュー粒子・反タウ粒子という反粒子も存在する。(ミュー粒子： μ^- 、反ミュー粒子： μ^+) 宇宙線のミューオンは主に二次宇宙線である π 中間子(質量139.57MeV)やK中間子(質量493.677MeV)の弱い相互作用による崩壊から生成される。



多くの宇宙線は大気中の原子と反応して地表まで到達しないが、ミューオンは貫通力が大きいので地表まで到達しやすい。

4. ミューオン崩壊

本実験では銅Cuでミューオンせき止めて時間を稼ぎ、その時間内で崩壊を観測する。せき止めるというのは、電離損失によってミューオンのエネルギーを損失させ、速度を遅くするということである。この時の阻止能 $-\frac{dE}{dx}$ はベータ・ブロッホの式で表される。また、高速の荷電粒子は原子核の作る電場によって光子を放出する制動放射を起こしてエネルギーを失う。電子のような軽い粒子は制動放射を起こしやすいが、ミューオンは、非常に高エネルギーのときのみ電離損失よりも制動放射が優位になる。

ミューオンは弱い相互作用によって1個の電子または陽電子と2個のニュートリノに崩壊する。



ただし、 $\bar{\nu}$ は反ニュートリノ(電荷はもたない)。ミューオンは一定の確率で崩壊するので、時刻tのミューオン数を N_t とすると、 N_t は指数関数的な単調減少関数となる。

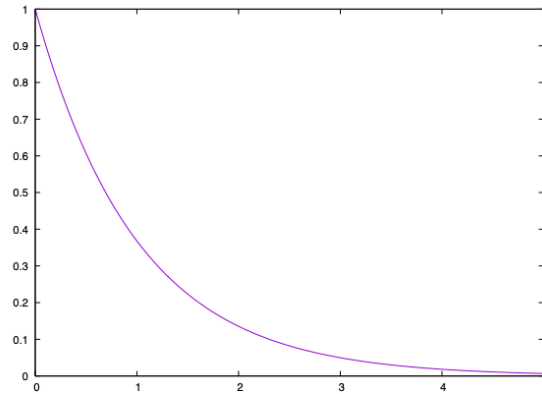


図1 ミューオンの個数の概形

ミューオンの崩壊の平均寿命を τ とすると、単位時間当たりのミューオンの崩壊数は

$$-\frac{dN}{dt} = \frac{N_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7)$$

τ は 10^{-6} secのオーダーである。弱い相互作用に特有の性質としてパリティ対称性の破れがある。すなわち、ミューオン静止系では e^+ は μ^+ のスピンの向きに放出されやすい。この非対称性を実験で利用する。水平一様な磁場でスピンの方向をラーモア歳差運動によって角速度 ω_L で回転させる。すると、鉛直方向上部の検出器と下部の検出器で検出される事象数の差は $\cos\omega_L t$ に依存する。

5. 原子核によるミューオン捕獲

物質中で μ^- が制止すると、原子核の電場によって原子核に束縛される。このミューオンは先のミューオン崩壊よりも短い時間で1s軌道まで遷移してX線を放出する。(Cu中では $0.164 \pm 0.001\mu\text{sec}$ ほど。)本実験では、普通

のミュオン崩壊にだけ注目したいので、ミュオン捕獲は無視する。すなわち本実験では $0.3\mu\text{sec}$ 以下の事象は無視した。

本実験は大きく3つに分かれている。

3 実験 1:ミュオン崩壊事象の測定

1. 実験方法

Plate1 に取り付けられた 2 個の PMT から信号ケーブルをオシロスコープの CH1 と CH2 に接続してオシロスコープの電圧・時間軸レンジをそれぞれ $50\text{mV}/\text{div} \cdot 50\text{nsec}/\text{div}$ に、トリガーレベルを $-10\text{mV} - 50\text{mV}$ に設定して高電圧電源の出力を 1300V までゆっくり上げていってオシロスコープの波形を観察した。以後、トリガーは -50mV で固定した。次に、ディスクリミネータ (しきい値 -50mV 程度) と同時計数回路とスケーラーを用いて、それぞれの PMT でのミュオンの計数率とそれぞれの Plate でのミュオンの同時計数率を測定し、PMT に印加する高電圧電源の電圧値をプラトー曲線に基づいて決定した。Plate2・Plate3 でも同様に設定した。

次に Plate1・2 の同時計数率を記録し 2 つのプレート間隔から立体核を求め、上方から飛んでくるミュオンフラックスを近似的に計算した。

実験 1 の最後にミュオン崩壊事象を測定した。まず、固定ディレイ回路を用いて信号間の時間差を作り、対応を調べて TDC の出力 (TDC channel) を時間差に変換した。すなわち、ディレイ回路を 0ns , 100ns , 200ns , ... 1000ns と変えていき 10 秒間ずつデータを取り、それぞれの平均値から校正した。TDC 回路は Plate1 と Plate2 の同時計数を start 信号とした。このスタートの条件を満たすミュオン μ^\pm の軌跡は図 1 の通り。パターン 1 は「エネルギーの一部を失うが、銅板をそのまま通過して Plate3 を通過」。パターン 2 は「銅板で止められて崩壊し、発生した e^\pm が Plate2 または 3 を通過」。パターン 3 は「(μ^- が) 銅板で Cu 原子核に捕獲されて 1s への遷移に伴う X 線が Plate2 または 3 を通過」。パターン 4 は「Plate3 を通過しない」。これらのうち、ミュオンの崩壊事象のみを測定するためパターン 2 のみを stop 信号としてくれる回路を組んだ (図 2)。次にこの回路自身によって生まれる信号の時間差 (オフセット) を各 Plate をほぼ同時に通過する現象 (パターン 1) を用いて測定した。すなわち、図 2 のコインシデンスとゲートへの veto 入力を一時的に取り外し、1 分間のデータを取った。そしてプログラム「time __ histogram」(ビン数 25、最小値 0.1、最大値 4.9、各チャンネルのオフセット、校正値を設定) を用い、計測時間を 21 時間に設定して測定した。

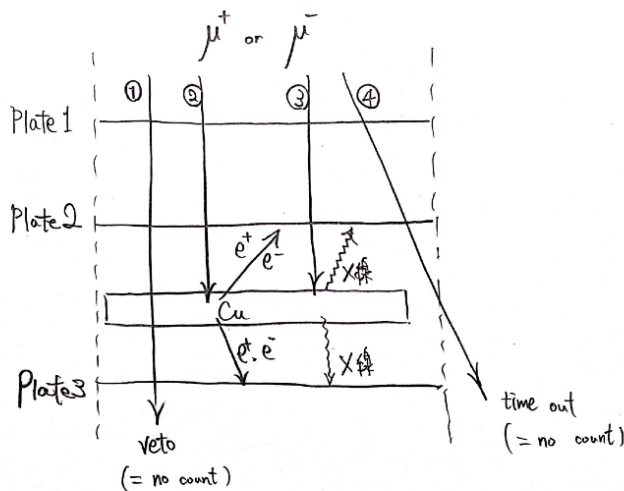


図 2 ミュオンの軌跡

2. 結果

Plate1 での同時の信号はオシロスコープで下図のように観測できた。

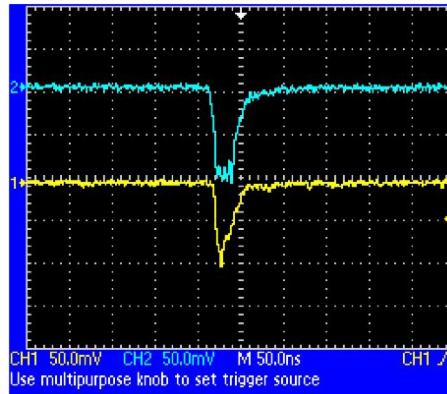


図3 オシロスコープによるシンチレーション光の同時検出

高電圧電源の電圧を調節してもプラトー領域は確認することはできなかった。そこでミュオン数から期待される同時計数率が 80count/sec 程度となる電圧に設定した。

各チャンネルの較正曲線は下図の通り。Ch0: 1 TDC channel=0.929652ns。Ch1: 1 TDC channel=0.929709ns。

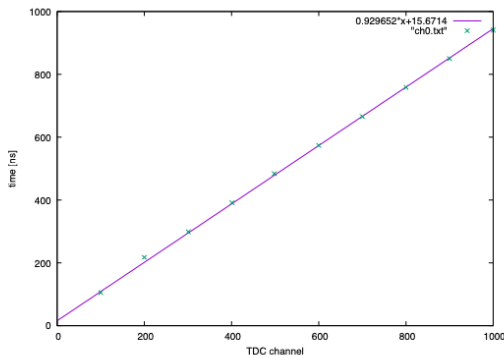


図4 Ch0の較正

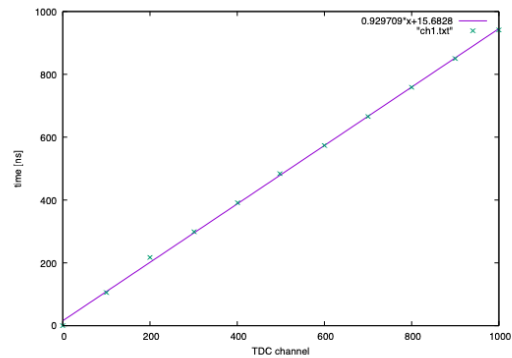


図5 Ch1の較正

実験装置の設定と、ミュオンおよび環境放射線を含めたバックグラウンドの結果は表1の通り。

表1 実験装置諸値

PMT	ch1	ch2	ch3	ch4	ch5	ch6
HV 値 [V]	-1605	-1605	-1625	-1625	-1600	-1600
しきい値 [mV]	-48.7	-48.1	-49.1	-48.7	-48.7	-48.1
ミュオン計数率 [count/sec]	102	157	115	100	43	80
同時計数率 [count/sec]	82.24		78.89		31.43	

続いて、ミューオンフラックスの計算結果を示す。計算方法は Plate1 の面積に対して Plate1・2 間の距離 L が十分大きいとして立体角 $[\text{str}]$ を $\Omega \sim S_1/L^2$ 、アクセプタンス $[m^2\text{str}]$ を $\eta \sim S_2\Omega$ として Plate1 と 2 の同時計数率を時間とアクセプタンスで規格化した。

$S1[m^2]$	0.5
$S2[m^2]$	0.5
$L[m]$	0.968
$\Omega [\text{str}]$	0.5336
$\eta [m^2 \cdot \text{str}]$	0.2668

これらの値から、ミューオンフラックスは $24.0[\text{count}/m^2 \cdot \text{str} \cdot \text{sec}]$ となった。

次に、設計した回路とプログラム (time-histogram) によって得られたミューオンの崩壊事象の結果は下図の通りとなった。(ただし、横軸は TDC の start から stop までにかかる時間、すなわち Plate1・2 を通過してからミューオンの崩壊によって生成された電子・陽電子が Plate2・3 で検出されるまでの時間。縦軸は 24 時間内でのその事象数。) プログラムには TDC 較正值 $\text{ch0}=9.296 \cdot 10^{-4} \mu \text{ sec}/\text{ch}$ 、 $\text{ch1}=9.297 \cdot 10^{-4} \mu \text{ sec}/\text{ch}$ を、オフセット値は $\text{ch0}=131.5\text{ch}$ 、 $\text{ch1}=137.4\text{ch}$ を入力した。fit 関数を指数関数にした理由は考察で述べる。Plate2・3 いずれも指数関数型の単調減少関数にフィッティングできた。事象数は優位に Plate2 の方が多かった。この点についても考察で述べる。

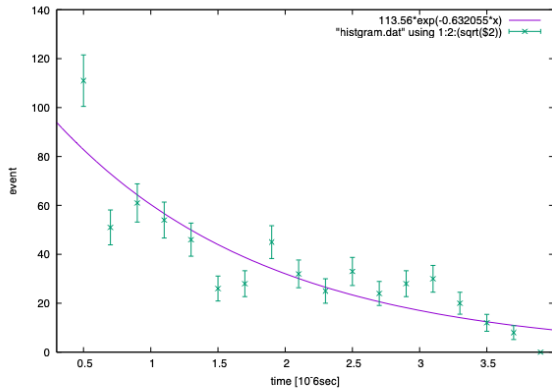


図 6 Plate2 の崩壊事象数

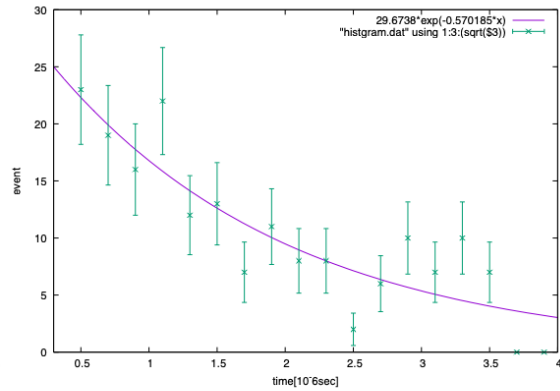


図 7 Plate3 の崩壊事象数

ミューオンの崩壊寿命は、 ch0 においては $\tau = \frac{1}{0.632055} = 1.582 \mu \text{sec}$ 、 ch1 においては $\tau = \frac{1}{0.570185} = 1.754 \mu \text{sec}$ 、誤差はそれぞれ $0.504 \mu \text{sec}$ 、 $0.533 \mu \text{sec}$ となった。ただし、これらの値は gnuplot の fitting で出力された値から計算した結果である。誤差は誤差伝搬の式を用いて求めた。

4 実験 2: 一様磁場の生成

1. 実験方法

ここではミューオンをラーモア歳差運動させるための一様磁場を銅板にかけた。コイルの電流を調節して銅板上での磁場が 50Gauss 程度になるようにガウスメータで測定しながら微調整した。その後電流 (電圧) を安定させたのち、ガウスメータで磁場の確定値を測定した。その結果を磁場計算プログラムに設定電流 (電圧) 値を入力して得られた磁場と比較して、ずれが $\pm 5\%$ 以内であることを確認した。

2. 結果

磁場の理論値は図7・8の通り。ただし、銅板をxz平面と見ている。この結果は実際にガウスメータで測定した結果（図9）と比べて5%以内のずれで収まっていることがわかる。中心付近50.2G、最大値51.3G、最小値48.5G。

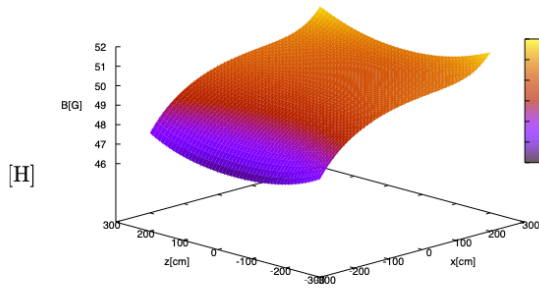


図8 磁場の理論値

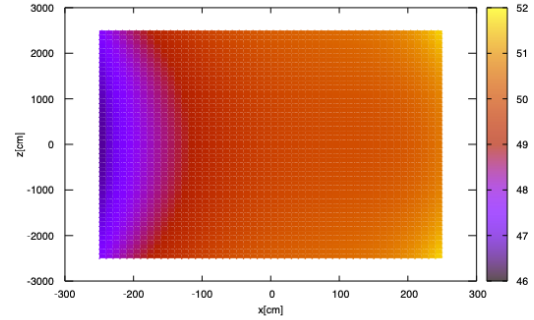


図9 図7の二次元版

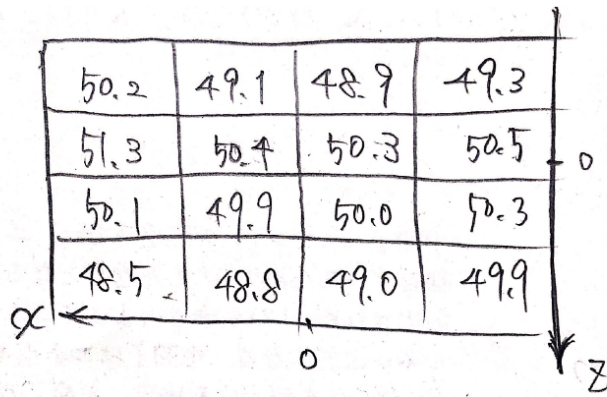


図10 実際の磁場強度（単位は Gauss）

5 実験3:ミューオン磁気モーメントの測定

1. 実験方法

実験2で設定した一様磁場のもとで実験1と同様にTDCの回路とプログラム（time-histogram）を用いてミューオン崩壊事象を測定した。測定時間は1110240sec=12.85daysに設定した。その後、Plate2と3での崩壊事象数の差/和、すなわち非対称度をグラフ化し、適切な関数でフィッティングした。ミューオンは μ^+ と μ^- の2つがあるが、 μ^- はミューオン捕獲によって見かけの崩壊時間が十分短くなるとして無視できる。したがって対象となるのは μ^+ のみでありスピンは一様磁場によって一方向に揃えられてラーモア歳差運動をする。このことから非対称度はラーモア歳差運動の角速度 ω_L の三角関数で近似できるはずであるので、 $a + b\cos(c + dx)$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ でgnuplotでフィッティングした。ここで得られた c の値をラーモア歳差運動の角速度 ω_L として、本実験の最終目標である g 因子を求めた。

2. 結果

得られたヒストグラムはPlate2・3それぞれ図10・11の通り。ただし、フィッティングの際にミューオン捕獲とみなせる崩壊時間の極端に短い $0.1[\mu\text{sec}]$ と、カウント数がゼロだった点はフィッティングの対象から外した。

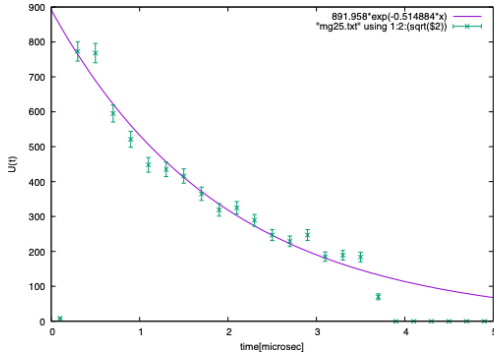


図 11 Plate2 での測定結果 U(t)

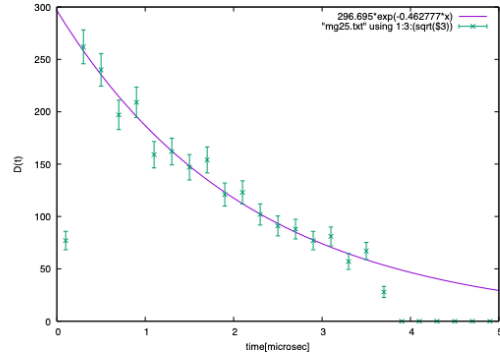


図 12 Plate3 での測定結果 D(t)

実際は環境放射線やノイズなどで偶発的に stop パルスが発生して同時計数が作られることも起こりうるため、それら（いわゆるバックグラウンド（ヒストグラムのビン幅の時間内に偶発的にカウントされるであろう事象数））を $U(t)$ と $D(t)$ から差し引いておく。それぞれのバックグラウンドを C_U と C_D 、実験 1 で測定した Plate2 と Plate3 の計数率を n_2 、 n_3 、上のグラフ（ヒストグラム）のビン幅を ΔT と置くと、

$$C_U = \Delta T \times 10^{-6} \times n_2 \times 4036750 \quad (8)$$

$$C_D = \Delta T \times 10^{-6} \times n_3 \times 4036750 \quad (9)$$

（4036750 は start 信号の数。 10^{-6} というのはマイクロのスケールにしているということ。）これで非対称度 $R(t)$ を計算する準備ができた。次式で計算できる。

$$R(t) = \frac{U'(t) - D'(t)}{U'(t) + D'(t)} \quad (10)$$

$$U'(t) = U(t) - C_U \quad (11)$$

$$D'(t) = D(t) - C_D \quad (12)$$

$\Delta T = 0.2\mu\text{sec}$, $C_U = 60.466$, $C_D = 23.8$ と誤差伝搬の式で誤差を求めた結果の非対称度のヒストグラムとフィッティングした結果が図 12 である。

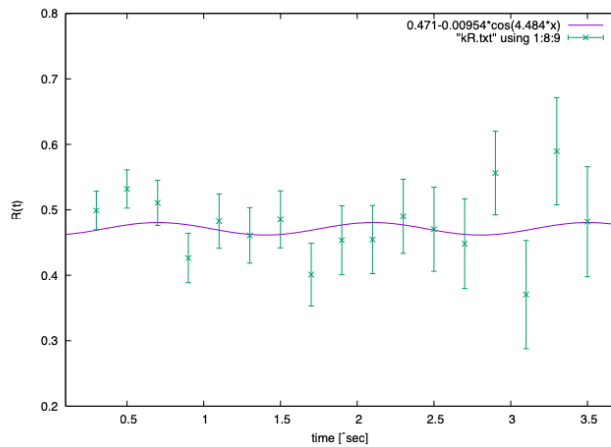


図 13 非対称度 R(t)

フィッティングの結果、 $\omega_L = d = 4/\mu\text{sec} = 4 \times 10^6/\text{sec}$ となった。これを (2) 式とミューオン質量 $m_\mu = 105.66\text{MeV}/c^2$ 、光速 $c = 2.998 \times 10^8\text{m}/\text{sec}$ 、中心付近の磁場 $|\mathbf{B}| = B = 50.2\text{G}$, $1\text{G} = 10^{-4}\text{T}$, $[T] = [\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}]$ を用いて g 因子とその統計誤差 (誤差伝搬の式より) を求めると、

$$g = 2.1001 \pm 0.4716 \quad (13)$$

また、磁場の非一様性から来る系統誤差は、磁場が 1.7G (max 中心付近の磁場-最小値, 最大値-中心付近の磁場) の誤差があるとすると、

$$g = 2.1001 \pm 0.0711 \quad (14)$$

となった。統計誤差と系統誤差をまとめて表記すると、最終的な結果としてランデの g 因子は

$$g = 2.10 \pm 0.47 \pm 0.07 \quad (15)$$

となった。ただし誤差はそれぞれ統計誤差と系統誤差を示している。

6 考察

実験1ではミューオンフラックスを計算した。結果は $24\text{count}/\text{m}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{str}$ 。一方文献値 (1GeV/c よりも大きな運動量のミューオンにおいて) $70\text{count}/\text{m}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{str}$ である。明らかに実験計算値の値が小さい。オーダーは同程度なので計算ミスではない。原因は近似方法である。Plate 間隔 L が Plate 面積 S_1, S_2 に比べて十分に大きくないのにも関わらず、十分大きいときに成り立つ近似式を使ったので文献値から開きが出てしまった。今回の場合、まず Plate2 の中心点から Plate1 を見込む立体角を計算した。これに Plate2 の面積 S_2 をかけてアクセプタンスとしたわけであるが、実際は Plate2 の中心点からずればずれるほど Plate1 を見込む立体角は小さくなる。したがって実際のアクセプタンスは今回の近似値よりも小さくなる。したがってミューオンフラックスは $24\text{count}/\text{m}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{str}$ よりも大きくなり、文献値に近づく。

次に、ミューオン崩壊事象のヒストグラムのフィット関数を指数関数としてよい理由述べる。ここで必要となることは、ミューオンは確率的に一定の割合で崩壊するという事実と、この世界は時間対称性があることである。まず、ミューオンは当然一つ一つ独立にバラバラに飛んできて銅板に到達する。一見、このようにバラバラに飛んできてくるミューオンのそれぞれの崩壊までにかかる時間をそれぞれ独立に測定してもミューオンの”崩壊寿命”は求められないように思える。ここで時間の対称性からミューオンの運動を時間の平行移動をして同時刻に銅板に集合させることができる (あくまで脳内で、またはコンピュータのシミュレーションで)。同時刻に銅板に集まったミューオンたちは確率的に崩壊していき、ミューオンの数が減っていく。確率的に一定の割合で崩壊していくのでミューオン数は指数関数的に減少していく。これが本実験のヒストグラムを指数関数でフィッティングできる理由である。もし、時間対称性が保証されていなければ、このように同時刻に銅板にミューオンを単純に集めることはできず、実験が難しくなるであろう。実際物理学には CPT 対称性の定理が存在する。まず弱い相互作用で P (パリティ) 対称性が破れていることが明らかになった。CP 変換は弱い相互作用でも対称性を保つと思われたがこれもわずかに破られていることが実験で分かっている。このような経緯を考えると、時間対称性は決して自明ではない。

続いて、磁場をかけてスピンの方向をそろえる前にも関わらず、Plate2 (上部) と Plate3 (下部) の崩壊事象測定数が優位に異なる (Plate2 (上部) のほうが多い) 理由を考察する。 μ^+ はスピンの方向に崩壊陽電子を出しやすい。 μ^- はスピンと逆方向に崩壊電子を出しやすい。 μ^- はミューオン捕獲によって見かけの崩壊時間が短くなるので注目するのは μ^+ のみとする。 π 中間子や K 中間子の静止系ではニュートリノは常に左巻き (運動方向とスピンの向きが逆) であることから、運動量保存とスピンの保存より、ミューオンは左巻きになる。これを実験系にローレンツブーストする。中間子の運動方向にミューオンが放出されたときはミューオンは左巻きのままである。一方、中間子の運動方向と逆方向にミューオンが放出されれば中間子の速度に依存するが右巻きのミューオン”も”できる。すなわちミューオンは左巻きの方が多い。ミューオンの運動方向はおおよそ鉛直上方から鉛直下方であり、すなわち上向きのスピンが多い。スピンはさ

らに本実験の測定にかかるミューオンは μ^+ が多いと考えるとそれはスピン方向に崩壊陽電子を放出しやすいので上方 (Plate2) での測定回数が多い説明がつく。

7 問題

1.

式1を用いる。ここでは軌道角運動量 $L=0$ とする。すなわちミューオンと電子は原子核に束縛されていない状況を考える。この場合、磁気モーメントの大きさ μ は次式で求められる。

$$|\boldsymbol{\mu}| = \frac{eg}{2m} |\mathbf{S}| = \frac{eg}{2m} \frac{\hbar}{2} \quad (16)$$

これにミューオンの質量 $m_\mu=105.66\text{MeV}/c^2$ 、電子の質量 $m_e=0.511\text{MeV}/c^2$ 、陽子の質量 $m_p=938.272\text{MeV}/c^2$ 、 $\hbar c=197.327\text{MeV} \cdot \text{fm}=197.327 \times 10^{-12}\text{MeV} \cdot \text{m}$ 、 $g=2.1$ 、 $c=2.998 \times 10^8\text{m}/\text{sec}$ を代入すると、

$$|\boldsymbol{\mu}_\mu| = 2.94 \times 10^{-10} \text{MeV}/T \quad (17)$$

$$|\boldsymbol{\mu}_e| = 6.08 \times 10^{-8} \text{MeV}/T \quad (18)$$

$$|\boldsymbol{\mu}_p| = 3.31 \times 10^{-11} \text{MeV}/T \quad (19)$$

となった。

2.

ゼーマンエネルギー E_z は $E_z = |\boldsymbol{\mu}|B$ で計算できる。したがって、磁場 50G 中のミューオンのゼーマンエネルギーは

$$E_{\mu z} = |\boldsymbol{\mu}_\mu| \times 50G = 2.94 \times 10^{-10} \times 50 \times 10^{-4} \text{MeV} \quad (20)$$

したがって、 $1.47 \times 10^{-8}\text{MeV}$ となる。

8 結論

ラーモア歳差運動を有効活用して、測定しづらいスピンに関わる物理量を測定しやすい角速度に変換して g 因子を求めることができた。

9 参考文献

- ・ <http://www.rcnp.osaka-u.ac.jp/RCNPhome/music>
- ・ <http://www.sci.u-hyogo.ac.jp/material/theory2/takahash/lectures/qm3/part8.pdf>
- ・ http://www.ns.kogakuin.ac.jp/ft11196/subject/note/Exp/3__propagation.pdf
- ・ 『自然界における左と右』 マーティン・ガードナー著 ちくま学芸文庫
- ・ 物理学実験2 東北大学理学部物理学教室