

γ 線計測の基礎と応用



実験者番号 16 学籍番号 B9SB2032 木村佑斗 共同実験者 

2022年1月28日

目次

1	目的	3
2	原理	3
3	実験方法	4
4	実験1： γ 線のエネルギースペクトル及び検出器の分解能の測定	4
5	実験2：吸収計数の測定	7
6	実験3：放射線源の特定	13
7	結論	15
8	問題の解答	15
9	参考文献	17

1 目的

本実験では NaI シンチレータと光電子増倍管を用いて放射性物質が出すガンマ線のスペクトルをデータ収集し、シンチレータと光電子増倍管の分解能、アルミと鉛の吸収計数を求める。さらに与えられた未知の放射線源をガンマ線計測と公式の理論値をもとに解析する。

2 原理

1. 測定中の相互作用

本実験ではまず ^{60}Co , ^{137}Cs , ^{133}Ba を用いた。これらは崩壊して放射線、特に γ 線を出す。崩壊図を見るとその線源が出すあるエネルギーの線源の確率がわかる。それをもとにデータを解析した。理想的には崩壊図通りの線スペクトル群が得られるのだが、シンチレータ内部やアルミ板、鉛板での相互作用や、実験装置による系統的揺らぎによって線スペクトルではなく幅を持ったスペクトルの形になる。データを解析するうえで重要になるのが相互作用である。相互作用は光電効果、コンプトン散乱、電子対生成の三つである。（ γ 線は電荷を持たないのでこの3つで良い。）光電効果とは、 γ 線が原子の束縛電子に吸収され、そのエネルギー E_γ を電子に与え、電子が原子から飛び出す現象である。ただし電子の運動エネルギーはその電子の元々の束縛エネルギー（仕事関数）の分だけ差し引かれる。シンチレータには仕事関数の小さいアルカリ金属が用いられている。仕事関数は γ 線エネルギーよりも十分小さいので、崩壊図から読み取れるピーク値（全吸収ピーク）は光電ピーク値と一致する。次にコンプトン散乱である。光電効果とは異なり、コンプトン散乱は γ 線が物質内の電子に衝突して散乱される現象である。コンプトン効果によるエネルギースペクトルの最大値はコンプトンエッジと呼ばれる。さらに、コンプトンエッジより高エネルギー側には multi-コンプトン効果による分布がある。これはコンプトン散乱によって出た反跳電子にさらに γ 線が衝突してエネルギーの交換をした結果のエネルギー分布である。さらに検出器の外側に向かった γ 線が周辺の物質と散乱を起こして検出器に入射した結果生じる後方散乱スペクトルもある。

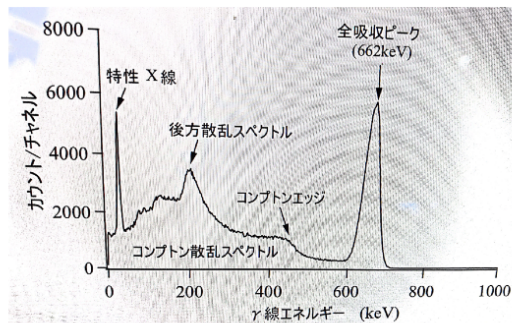


図1 エネルギースペクトルの例（公益社団法人日本アイソトープ協会 理工学部会）

最後に電子対生成を説明する。これは γ 線が原子核の作るクーロン場の影響を受け電子・陽電子対に転換する現象である。エネルギー関係式は以下の通りになる。

$$T_{e^-} + T_{e^+} + 2m_e c^2 = E_\gamma \quad (1)$$

γ 線のエネルギーが電子の運動エネルギーと陽電子の運動エネルギーと電子と陽電子の静止エネルギーに変換されるという解釈ができる。この式から γ 線のエネルギーが 1.02[MeV] 以上でなければ電子対生成は起きない。陽電子は周囲の電子と対消滅して消えてしまうが電子はシンチレータの蛍光発光の元になる。

2. 各相互作用が起こる確率の傾向

光電効果の起こる確率を μ_{photo} 、コンプトン散乱の起こる確率を μ_{compt} 、電子対生成の起こる確率を μ_{pair} 、原子番

号を Z とすると次のような比例関係がある。

$$\mu_{photo} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^3} \quad (2)$$

$$\mu_{compt} \propto \frac{Z}{E_\gamma} \quad (3)$$

$$\mu_{pair} \propto Z^2(E_\gamma - 2m_e c^2) \quad (4)$$

これらの確率が高ければ測定のカウント数が多くなるのでより短時間の測定で済む。

3. 吸収係数

厚さ x の物体と通った後の γ 線の個数は

$$I(x) = I(0)e^{-\mu x} \quad (5)$$

となる。この μ を吸収係数といい、上の $\mu_{photo}, \mu_{compt}, \mu_{pair}$ の和で表される。質量吸収係数の単位は $[g/cm^2]$ 、線形吸収係数の単位は $[/cm]$ となる。本実験では質量吸収係数を使った。

3 実験方法

1. 使用したもの

NaI シンチレータ、光電子増倍管、線形増幅器、多重波高分析器、オシロスコープ、 ^{60}Co , ^{137}Cs , ^{133}Ba , 未知の放射線源、鉛ブロック、鉛板、アルミ板

2. 実験 1

鉛ブロックで完全に遮蔽されたシンチレータの前に線源を置き、回路に電流が流れているかオシロスコープで確認した。そのあと、線形増幅器でパルスを正にし、多重波高分析器でより正確に波高を測定するために波高の極大部分を滑らかにした。その後、測定時間を 10 分に、しきい値を 10 に設定してソフトで測定した。その後一日間バックグラウンドを測定した。得られたデータから全吸収ピークを求め、エネルギー較正曲線とエネルギー分解能のグラフを作成した。

3. 実験 2

鉛板とアルミ板の厚さをノギスで測った。線源とシンチレータの間に板を入れて実験 1 と同様に測定する。板の枚数を 0、3、6、8 枚で各板測定した。得られたデータから吸収係数を求めて公式の理論値 (NIST) と比較した。

4. 実験 3

あらかじめ用意されていた土壌から二つ選んだ。それぞれ適切な計測時間で測定してデータを解析、理論値と比較し、その土壌に含まれる線源を特定した。

4 実験 1 : γ 線のエネルギースペクトル及び検出器の分解能の測定

1. 結果

得られたヒストグラムと Gnuplot で fitting した結果は以下の通り。ここではピークを中心値にのみ興味があるので誤差やコンプトン散乱などの効果は考慮していない。 ^{137}Cs : 中心値は 23.6 ± 0.2 , 409.72 ± 0.06 . reduced chi2 は 34.7, 0.84。

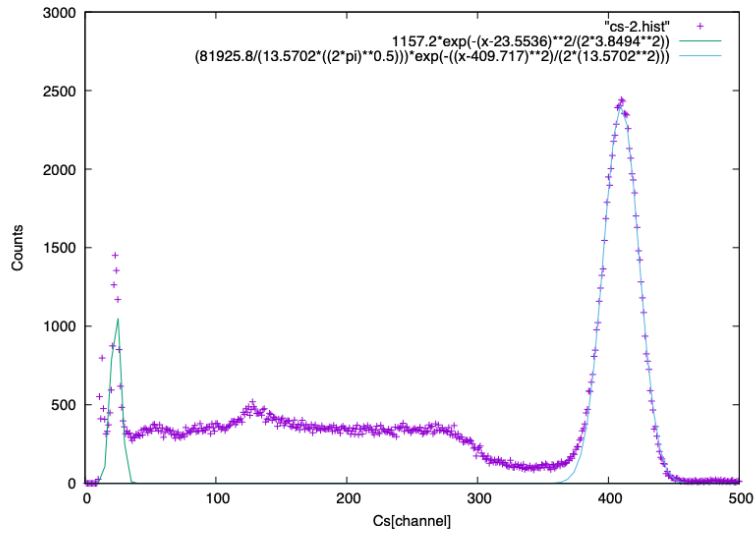


図2 Csのヒストグラム

^{133}Ba :中心値は 227.3 ± 0.1 。reduced chi2 は 1.5。

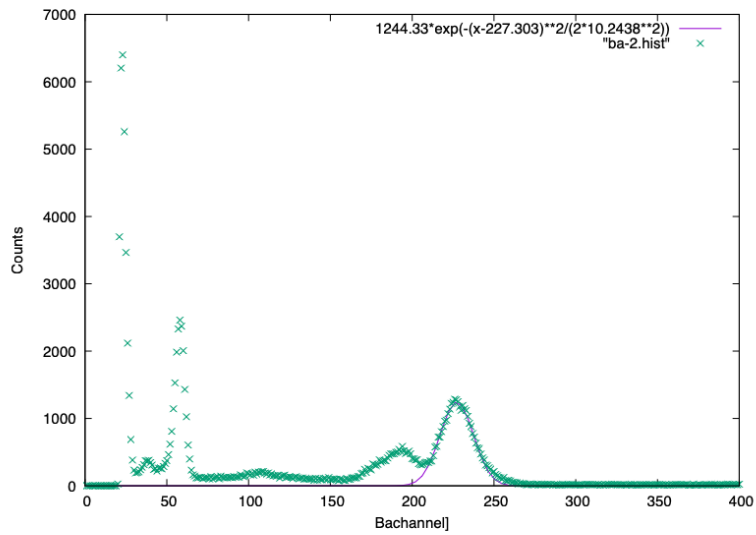


図3 Baのヒストグラム

^{60}Co :中心値は 703 ± 1 、 793 ± 1 。reduced chi2 は 1.1、1.0。

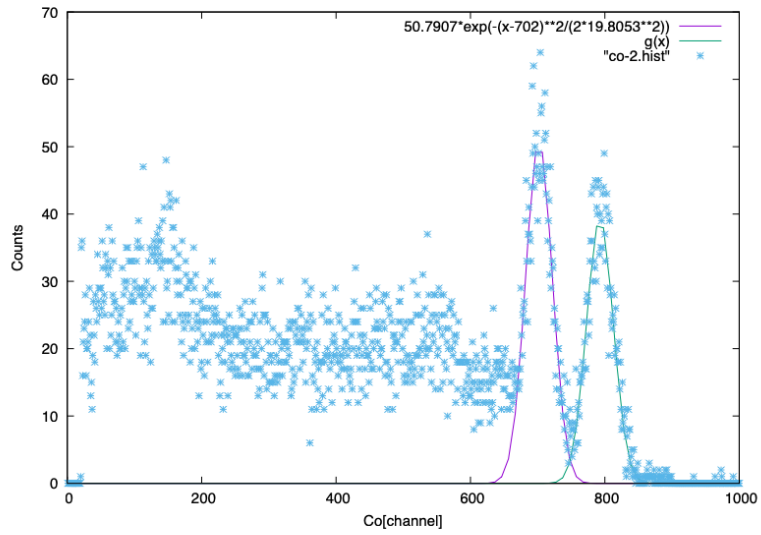


図4 Coのヒストグラム

エネルギー較正曲線のフィッティング結果は $ax+b$ において、 $a=603 \pm 7$ 、 $b=10 \pm 4$ 。reduced χ^2 は 577。 χ^2 の値は大きいですが、グラフを見ると適切に fitting できていることがわかる。ただし、誤差範囲には曲線は収まっていない。残差のプロット結果も載せておく。

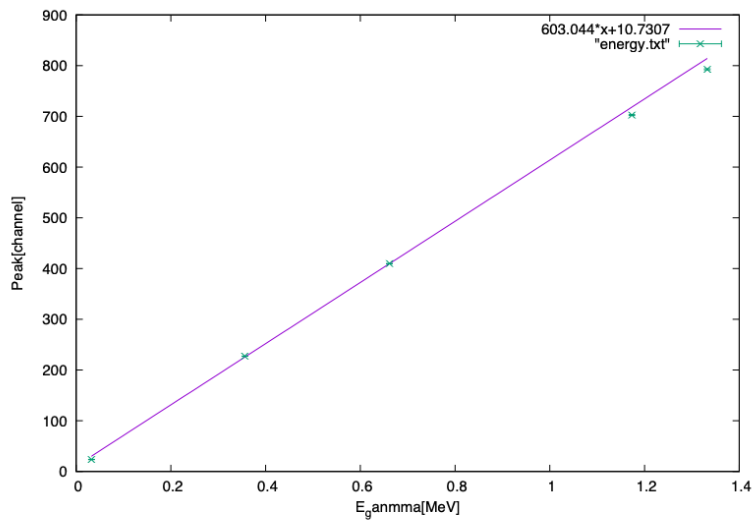


図5 エネルギー較正曲線

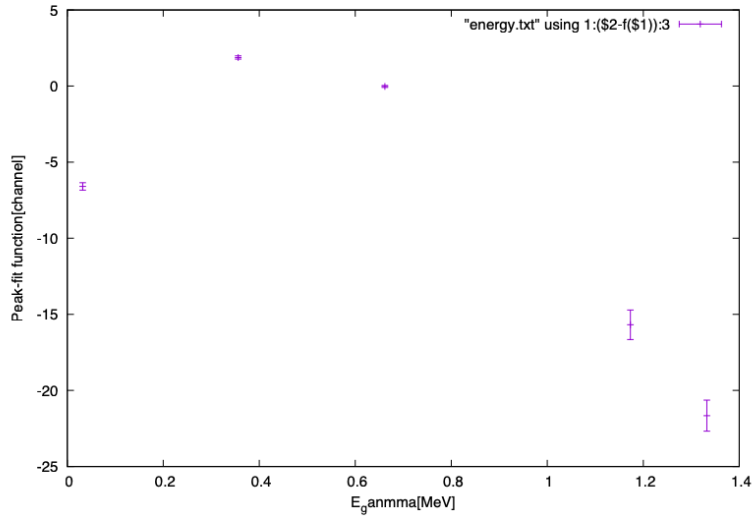


図6 残差

エネルギーと分解能の依存性を示したグラフが図6である。fit関数は $a \cdot (x-b)^{-0.5} + c$ とした。結果は $a=9.5 \pm 0.9$, $b=-0.09 \pm 0.02$, $c=-3.3 \pm 0.8$, reduced chi square は 1.5 であった。

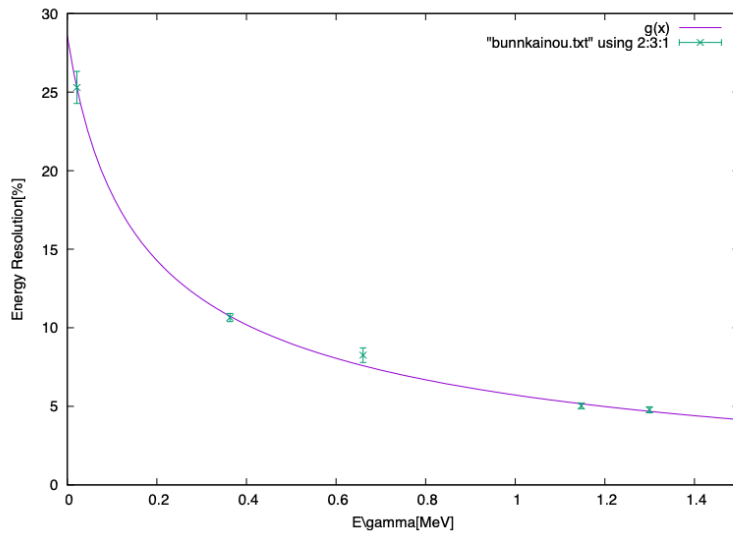


図7 エネルギーと分解能の依存性

2. 考察

¹³⁷Cs は全吸ピーク、コンプトンエッジ、マルチコンプトン効果、後方散乱スペクトルがきれいに見えた。K_x 線を fitting するときは単なるガウス関数でなく定数項を上乗せするべきであった。

5 実験2：吸収計数の測定

1. 結果

実験2から得られたデータから各々全吸収ピークのカウント数をフィッティングにより求めた。各エネルギーにおけるカウント数と金属の厚みの関係をプロット、フィッティングした。縦軸は対数目盛である。以下に実験から得られたデータから、各エネルギーでの質量吸収係数 $[g/cm^2]$ を表にまとめた。

	356keV	662keV	1173keV	1333keV
Al	0.096 ± 0.001	0.070 ± 0.001	0.051 ± 0.003	0.048 ± 0.007
Pb	0.231 ± 0.003	0.095 ± 0.001	0.048 ± 0.005	0.039 ± 0.005

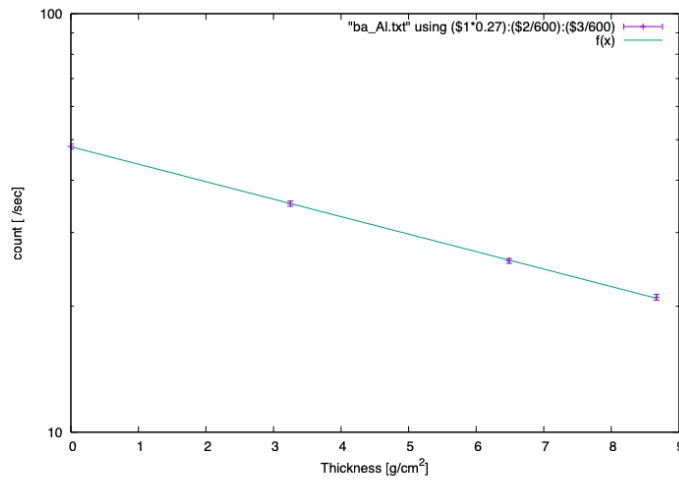


図8 Al 吸収係数 (356keV)

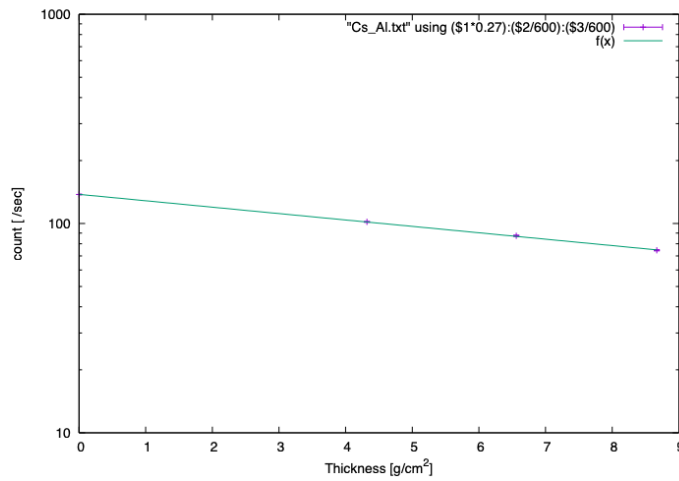


図9 Al 吸収係数 (662keV)

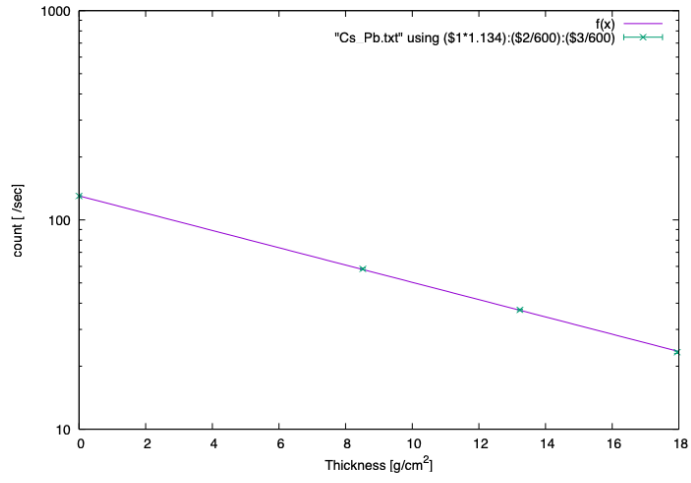


图 10 Pb 吸收系数 (662keV)

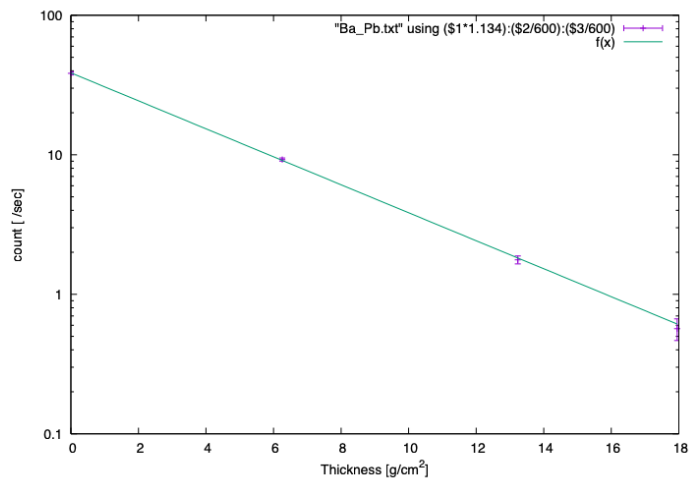


图 11 Pb 吸收系数 (356keV)

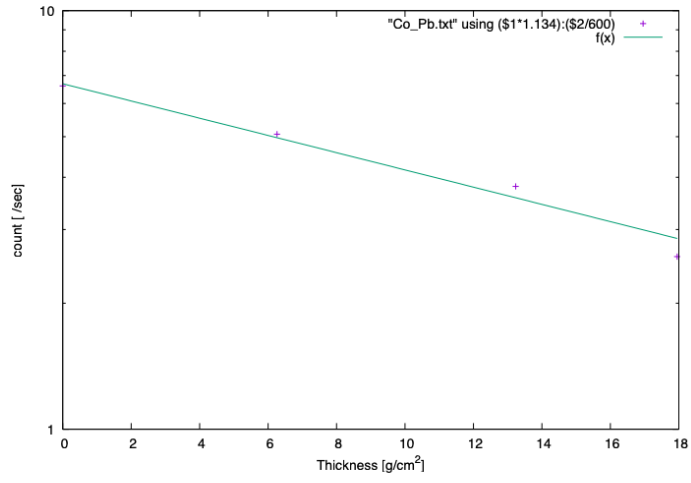


图 12 Pb 吸收系数 (1173keV)

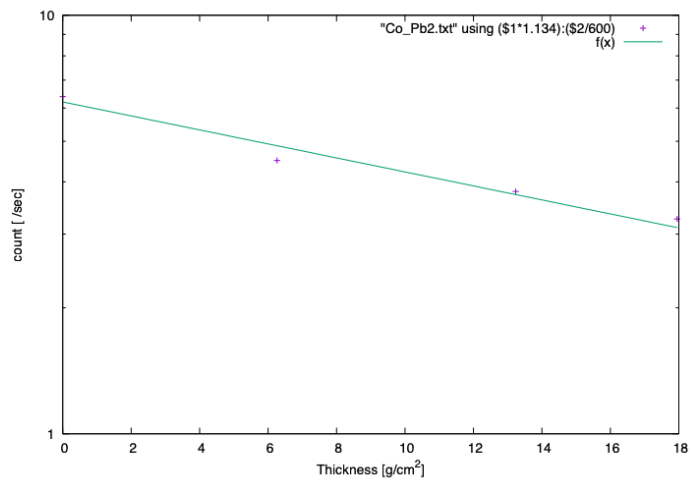


图 13 Pb 吸收系数 (1333keV)

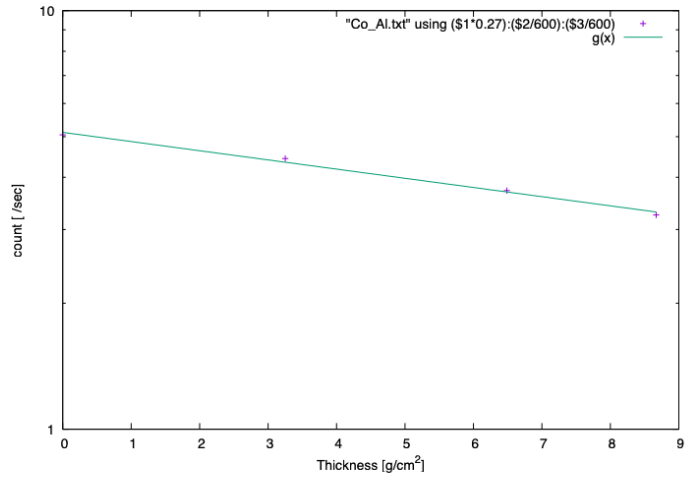


図 14 Al 吸収係数 (1173keV)

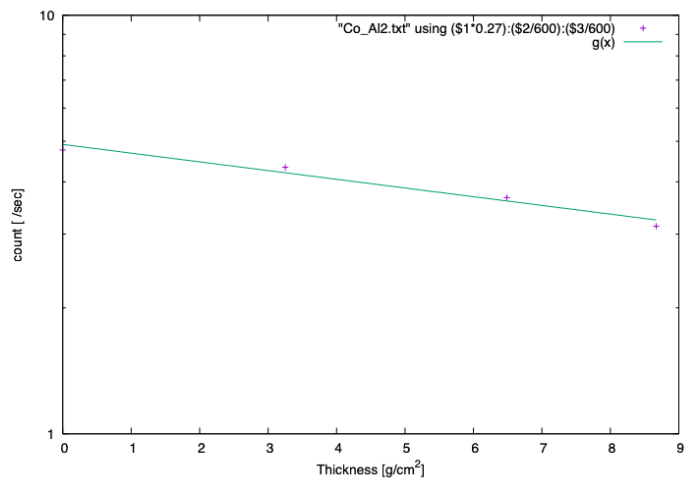


図 15 Al 吸収係数 (1333keV)

次に NIST との質量吸収係数の比較をするために同じ座標上に本実験で得られた結果をプロットした。赤紫の+と緑の×が NIST のデータである。本実験値が NIST の幅に収まっていることが確認できる。

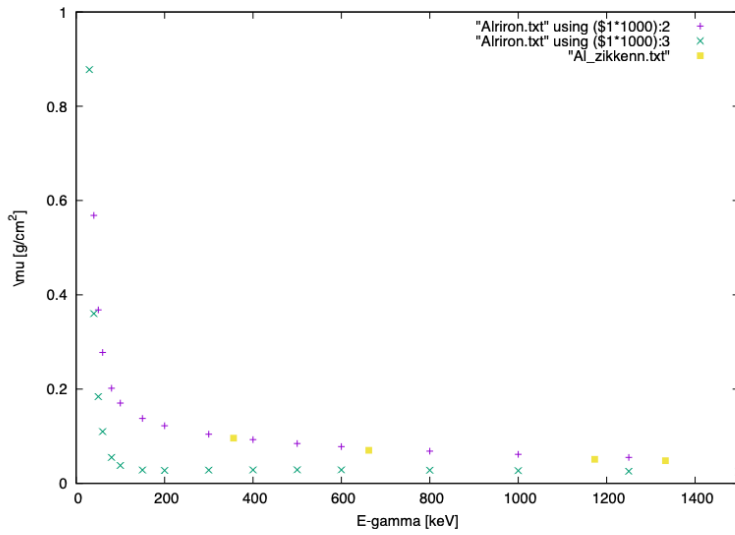


図 16 Al 質量吸収係数の NIST との比較

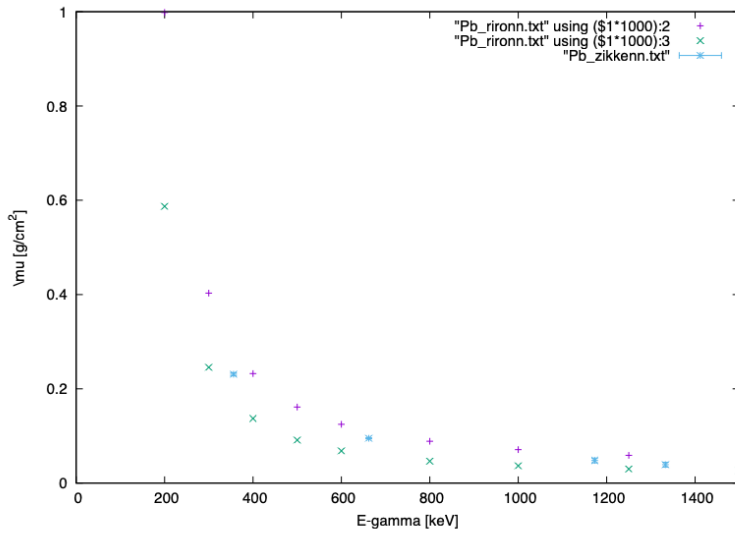


図 17 Pb 質量吸収係数の NIST との比較

2. 考察

吸収係数は γ 線のエネルギーが大きいくほど小さくなった。つまり高エネルギー（高振動数）の放射線は透過力が強いことになる。また、図 16、17 から、0.5MeV ほどまでは Pb の吸収係数が Al の吸収係数よりも大きくなっているが、0.6MeV からは両者の吸収係数はほぼ等しい値になっている。これは原子量 Z よりもエネルギーの寄与が大きくなっているからである。しかし放射線のエネルギーの値は様々であるので、効率よく放射線を防ぐには、やはり重い原子でできた物質を使う方がよい。

6 実験3：放射線源の特定

1. 結果

以下は実験3用に新たに測定したバックグラウンドである。実験1から変えた条件はコリメータを取り除いたことである。

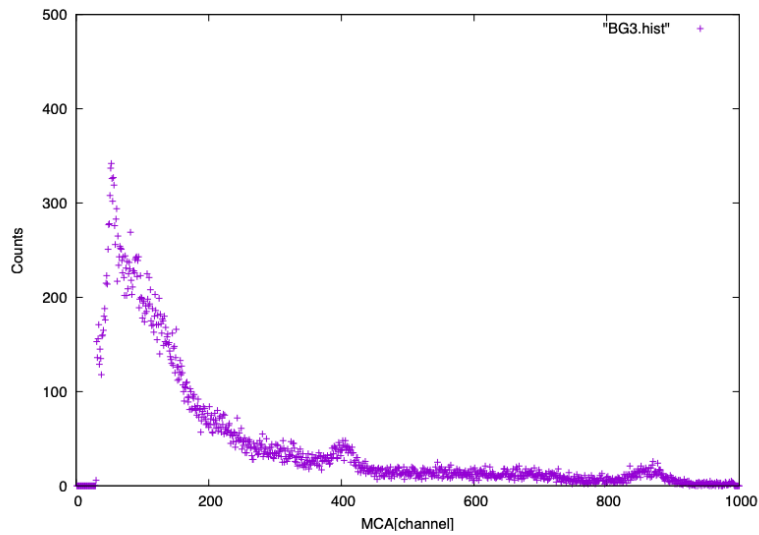


図18 実験3用に測定したバックグラウンド

測定した土壌採集場所は「北緯 37.35 度、東経 141.01 度、(福島県富岡町) ; 38.5[g]」「北緯 40.61 度、東経 141.21 度、(青森県十和田市) ; 76[g]」の二か所である。

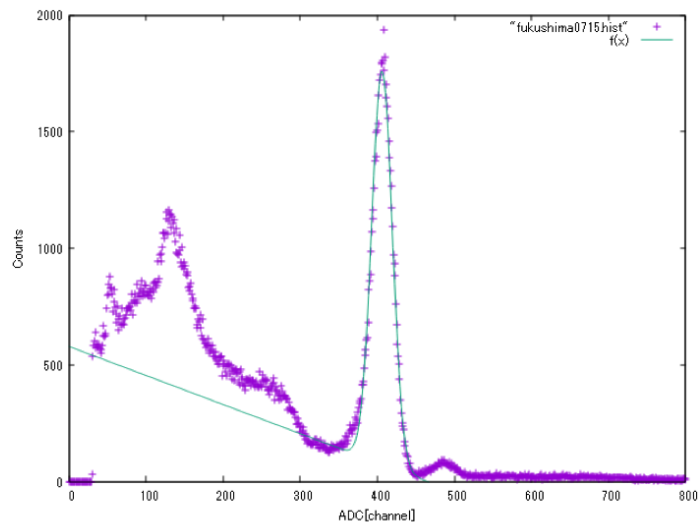


図19 福島県富岡町

全吸収ピーク = $407.3 \pm 0.1[\text{channel}] = 657.2 \pm 0.2[\text{keV}]$ 、そして $480[\text{channel}] = 779[\text{keV}]$ 付近に小さなピーク

があった。さらにコンプトン効果、マルチコンプトン効果、後方散乱スペクトルもきれいに見えた。400[channel]に全吸収ピークがあることも含めて実験1の ^{137}Cs のヒストグラムと類似していることがわかった。

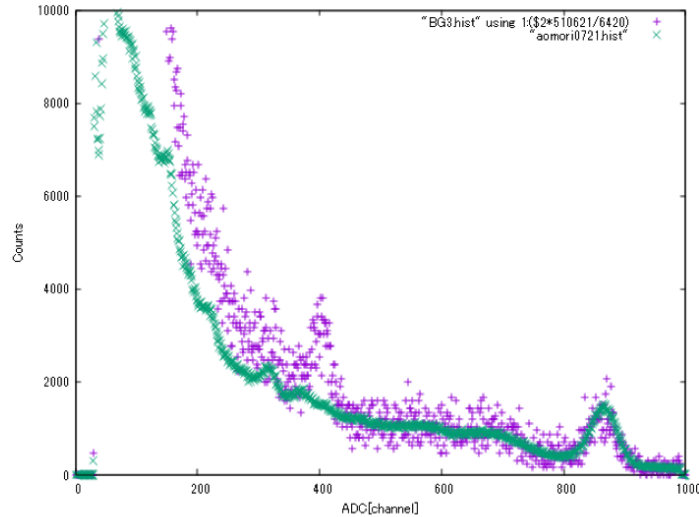


図 20 青森県十和田 (バックグラウンド重ねてプロット)

ヒストグラムを同じ測定時間にそろえて比較すると、サンプル有るときよりもバックグラウンドのみの場合の方がカウント数が多かった。バックグラウンドには 400[channel]=647[keV] 付近、バックグラウンド、サンプル両方に 880[channel]=1476[keV] にピークがあった。

2. 考察

まずは福島県富岡町の土壌サンプルについて、含まれている線源は何かを考える。657[keV] のピークを公式のデータと照らし合わせていったところ、最も近い値 657.8[keV] を放射する $^{110\text{m}}\text{Ag}$ が見つかった。しかし、この線源はイカなどの軟体動物に多く含まれるもので、富岡町は海とは離れているので採取した場所から考えても適切ではない。また、Ag は含まれていない証拠として、884[keV]=494[channel] 付近にピークがないことがあげられる。Ag が含まれているのなら 494[channel] に大きなピークがあるはずなのである。さらに、Ag は半減期が短く、もはやほとんどすべてが崩壊しているとも考えられる。このようにして Ag が含まれていないことは確かである。スペクトルの形からしても、福島県であることから一番大きなピークは ^{137}Cs なのではないかと予測できる。福島ということでもう一つのセシウムである ^{134}Cs を調べてみると、ちょうど 85% という高確率で 795[keV]=489[channel] の γ 線を発生させることがわかる。このことからこの土壌サンプルには少なくとも ^{134}Cs と ^{137}Cs が含まれていることになる。

続いて、青森県十和田市の土壌サンプルであるが、バックグラウンドとほぼ同じであることから、その土壌サンプルには特徴的なものは含まれておらず、比較的どこにでも存在する、つまり半減期が極端に長いカリウムが含まれていると予測できる。カリウムは 1460[keV]=890[channel] の γ 線に比較的高確率で崩壊する。スペクトルを見ても 880 890[channel] にピークが確認できる。したがってカリウムが含まれているとわかる。しかし、なぜサンプルにはないピークがバックグラウンドで見られたのか？バックグラウンドにだけ見られる 400[channel] 付近のピークは ^{137}Cs のピークと一致する。福島県富岡町のサンプルのスペクトルからわかる通り、400[channel] 付近のピークが大きい。これから考えられることは、富岡町のサンプルがうまく鉛で遮断できておらずバックグラウンド測定時に富岡サンプルも計数してしまったのだということである。同様に福島県富岡町のサンプルにもカリウムが含まれている。

7 結論

ガンマ線測定によって吸収係数を良い精度で求められた。また、未知の土壤に含まれる線源を既知のデータと γ 線測定で特定できた。実験3を行うときにサンプル以外の放射線は徹底的に排除するという姿勢が欠けていたことが反省点である。

8 問題の解答

1. 問題1

$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$ より光子のエネルギー E を求める。 $\lambda = 420[\text{nm}]$ 、 $h = 6.63 \times 10^{-34}[\text{Js}] = 4.14 \times 10^{-15}[\text{eVs}]$ 、 $c = 3.00 \times 10^8[\text{m/s}]$ であるから、 $E = 2.96[\text{eV}]$ となる。

2. 問題2

光子のエネルギーは $h\nu$ 、運動量は $\frac{h}{\lambda}$ 、電子の静止エネルギーは mc^2 、運動している電子のエネルギーは $\sqrt{m_e^2c^4 + p^2c^2}$ 、光子の散乱角を θ 、電子の散乱角を ϕ とすると、エネルギー保存則は

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (6)$$

運動量保存則は

$$h\frac{\nu}{c} = h\frac{\nu'}{c}\cos\theta + p\cos\phi \quad (7)$$

$$0 = h\frac{\nu'}{c}\sin\theta - p\sin\phi \quad (8)$$

連立して ϕ と p を消去して $h\nu'$ について解くと

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + (1 - \cos\theta)h\nu/m_e c^2} \quad (9)$$

反跳電子の運動エネルギー T_e は

$$T_e = h\nu - h\nu' = \frac{h\nu}{1 + m_e c^2 / (1 - \cos\theta)h\nu} \quad (10)$$

と求まる。

3. 問題3

電子と陽電子の重心系で観測する場合を考える。この系では対消滅前の全運動量はゼロである。対消滅後もこの系では全運動量はゼロである（運動量保存）。仮に対消滅によって一つの γ 線が発生するとするとその時点で運動量はゼロではない（ γ 線はどんな系で見ても静止することはないので）。したがって発生する γ 線は二本必要となる。また、電荷の反発によって、対消滅直前は電子も陽電子も静止しているとして、生成する二本の γ 線が区別できないとすると、電子（陽電子）の静止質量分のエネルギーを持つ γ 線が二本発生する。運動量保存則を考えると二本の γ 線は互いに反対方向に射出される。

4. 問題4

全質量係数 μ は $\mu = \mu_{\text{photo}} + \mu_{\text{compt}} + \mu_{\text{pair}} = 46.3 \times 10^{-3}[\text{cm}^2/\text{g}]$ 、全線形吸収係数は $\mu = 46.3 \times 3.67 \times 10^{-3}[\text{cm}]$ となる。よって、通過後の個数は

$$I(5.08[\text{cm}]) = 1000 \times e^{-46.3 \times 3.67 \times 10^{-3} \times 5.08} \approx 422 \quad (11)$$

以上より、失われる γ 線の個数は578個である。

5. 問題5 ガンマ線と物質の相互作用の起こりやすさは次の表の通り。

光電効果	$\propto Z^5$
コンプトン効果	$\propto Z$
電子対生成	$\propto Z^2$

測定で得られたコバルトとセシウムエネルギースペクトル（再掲）

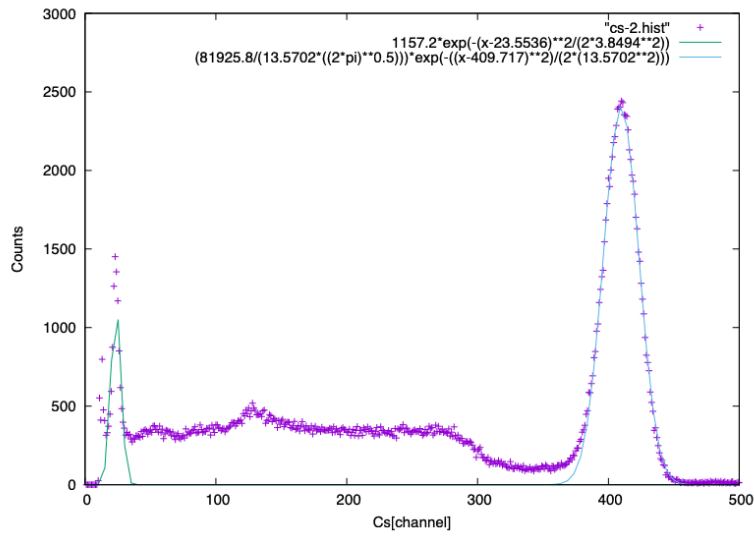


図 21 Cs のヒストグラム

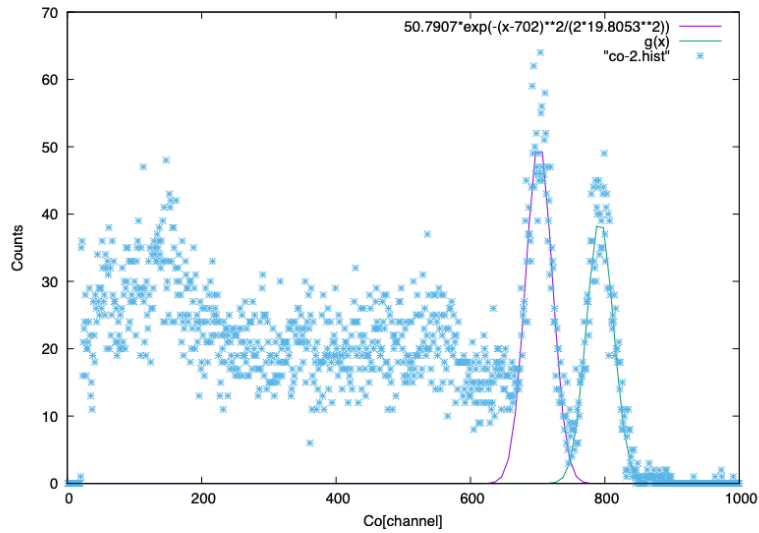


図 22 Co のヒストグラム

NaI の組成量は 64、プラスチックシンチレータの組成量は 7 である。上の表から、NaI シンチレータに比べ、プラスチックシンチレータを使用した場合、光電効果は極端に起こりにくくなり、下のようなエネルギースペクトルになると予想できる。

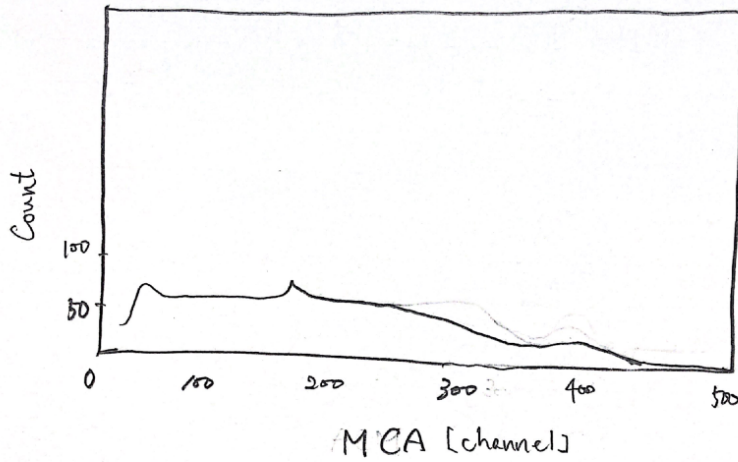


図 23 プラスチックシンチレータで測定したセシウムのエネルギースペクトル

6. 問題 6

テキストから、分解能は次式で計算できる。

$$R = \frac{235.5\sigma}{E_\gamma} = 235.5 \sqrt{\frac{\epsilon g \eta}{h \frac{c}{\lambda} E_\gamma}} \quad (12)$$

$g=1$ 、 $\epsilon = 0.12$ 、 $\eta = 0.2$ 、 $\lambda = 420 \times 10^{-9}$ 、 $E_\gamma=0.662[\text{MeV}]$ を代入すると、 $R=0.026$ となる。これは測定で得られた結果の約 9.0 に比べ、500 倍ほど小さい。分解能は小さいほど、高性能、理想的といえる。これが意味しているのは、実際の測定は揺らぎの原因が多くあり、ピークの標準偏差が大きくなっているということである。

9 参考文献

・物理学実験 2 テキスト