

物理学実験III
素粒子・原子核
自作比例計数管で放射線測定

実験者番号 17
学籍番号 B9SB2032 木村佑斗

2024年12月7日

目次

1	目的	3
2	原理	3
2.1	放射線	3
2.2	比例計数管	5
2.3	電子回路	6
2.4	エネルギー分解能	6
3	方法	6
3.1	製作および動作確認	6
3.2	X線測定	7
3.3	β 線測定	7
4	結果	8
4.1	動作確認	8
4.2	X線測定	9
4.3	β 線測定	16
5	レポートの課題および考察	18
5.1	課題1：実験の解釈に必要な物理量	18
5.2	課題2：製作回路	23
5.3	課題3：X線の観測	23
5.4	課題4： β 線の観測	27
5.5	その他の考察	28
6	結論	28
7	参考資料	28

§1 目的

放射線測定で用いられる検出器である、円筒型比例計数管本体と検出器からの微弱な電気信号を整形・増幅する電子回路を実際に製作し、その検出器を用いて、X線と β 線を観測する。特に、X線のエネルギースペクトルと回路に印加する高電圧（HV）との関係性と、X線に対するアルミの吸収係数を調べる。 β 線のエネルギースペクトルの特徴（X線との違いなど）を調べ、アルミホイルにどれだけ遮蔽されるのかを解析する。

§2 原理

2.1 放射線

2.1.1 X線

今回使用した放射線はX線と β 線である。X線の線源は ^{55}Fe である。 ^{55}Fe は電子捕獲反応で2.7年の半減期で ^{55}Mn へ崩壊する。電子捕獲反応とは、原子量の大きい原子の原子核と内側の軌道電子の波動関数が重なって、原子核中の陽子はその電子を吸収して中性子になる反応のことである。捕獲後の ^{55}Mn には、捕獲された軌道電子のもといた場所に空孔ができています。原子はより安定な状態になりたいので、空孔より外側の軌道電子が空孔に遷移する。この際、高エネルギー準位の軌道から低エネルギー準位の軌道に電子が移動するので、余分なエネルギーを放出する。この放出形態がX線である。主なX線はK殻の空孔にL殻の電子が落ちてくるときに放出される K_{α} -X線(5.9keV、電子捕獲反応に対して約24.4%)である。他にK殻にM殻から落ちてくる K_{β} -X線(6.5keV、2.9%)などがある。また、X線を放出する代わりに余分なエネルギーを自己電離に使うこともある。これで出てくる電子をAuger電子と呼ぶ。X線は電荷ゼロだが、電子は負電荷をもつ。よって原子核の正電荷によるクーロン相互作用によって、本来放出されるはずだったX線よりもAuger電子は低エネルギーになる。続いて、吸収係数について記述する。放射線は物質を通過するとき、その物質との相互作用によって放射線は失われていく。その相互作用とは、光電効果・コンプトン散乱・電子陽電子対生成である。それぞれの反応はテキスト第3章Appendixの3.3.1~3.3.3に書いてある通りである。(ここでは α 線や β 線は議論から除外する。なぜならX線や γ 線とは本質的に性質が異なるから。)結果の式だけを書くことにする。厚み x の物質を通過した後のX線(または γ 線)の個数は、初期値を I_0 、吸収係数を μ (単位は cm^{-1})とすると、

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (1)$$

で与えられる。上述したように吸収係数は3つの相互作用で決まる。下図がテキストに載っていた「全質吸収係数の入射放射線のエネルギー依存性」の図である。

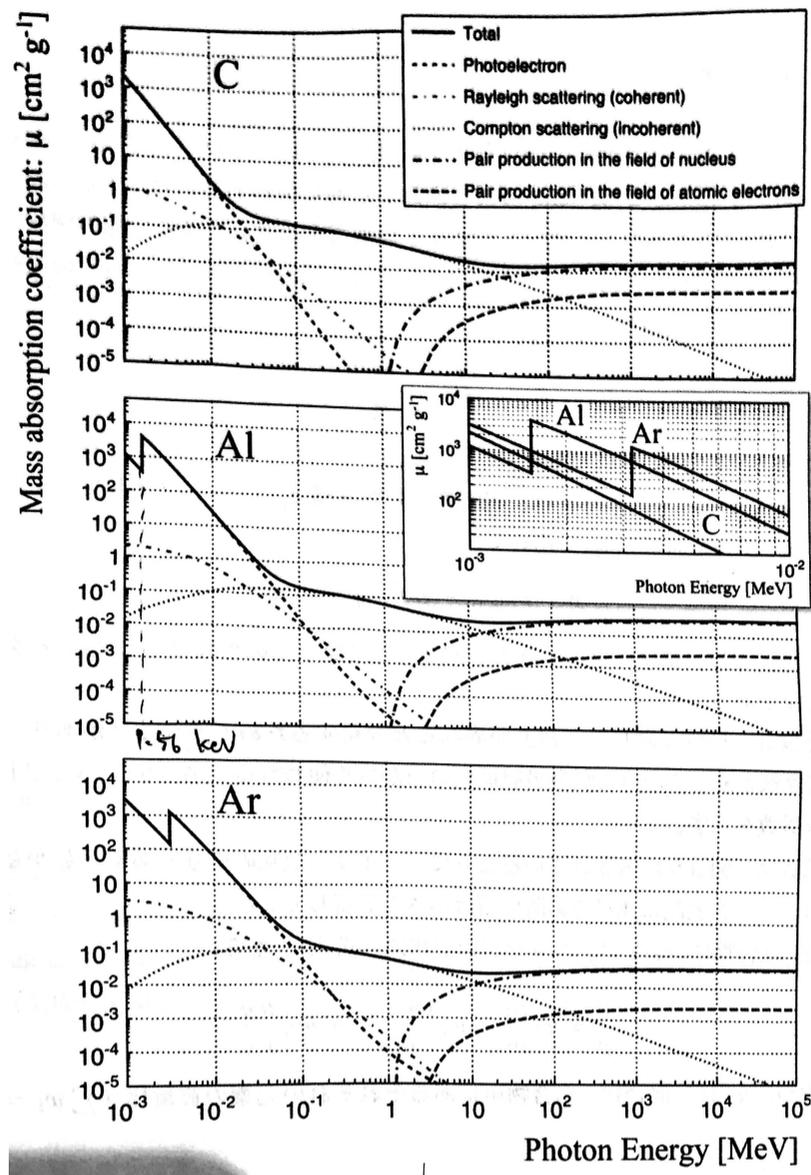


図1 全質吸収係数の入射放射線のエネルギー依存性

質量吸収係数とは、上の吸収係数（単位は cm^{-1} ）をその物質の密度で割ったものである（単位は cm^2/g ）。今回使用する線源は主に 5.9keV の X 線を放出する。そのエネルギーに対応する部分を図1で読み取ると、光電効果による吸収係数が全吸収係数と考えてよいとわかる。

2.1.2 β 線

今回使用した線源は ^{90}St である。 ^{90}St は半減期 28.8 年で ^{90}Y に β^- 崩壊する。この時の β 線の最大エネルギーは 546keV である。この反応式は n を中性子、 p^+ を陽子、 e^- を電子、 $\bar{\nu}_e$ を反電子ニュートリノとすると、



となる。また、この崩壊でできた ^{90}Y は、半減期 64.1 時間で ^{90}Zr に β^- 崩壊する。この時の β 線の最大エネルギーは 2.28MeV である。 β 線のエネルギー分布は約 1MeV にピークを持つ。（本実験の話題とは関連性がないが、 ^{90}St の半減期が長く、 ^{90}Y の半減期が短いことで、 ^{90}St は安定に長期間 β 線を供給してくれる。仮に ^{90}Y が始状態ならば、半減期が短いのですぐに線源の数が減ってしまう。 ^{90}St と ^{90}Y は放射平衡（放射能が等しい状態）になっている。また、エネルギーが大きいと半減期は短い。逆も然りである。これは純粋に量子力

学的効果である。) 式 (2) から、 β 崩壊は終状態が 3 体である。これすなわち、 β 線のエネルギースペクトルは連続ということになる。ちなみに β 崩壊にはもう一種類ある。それは β^+ 崩壊と呼ばれ、次の式で表せる。



この反応は真空中では起こりえない。ポイントは静止質量が陽子より中性子の方が大きいことである。これも保存則から真空中では起こりえないことが証明できる*1。原子中では可能になる。

2.2 比例計数管

2.2.1 比例計数管本体

比例計数管中での減少はテキスト第 3 章 Appendix の p61~72 の通りである。おおまかに述べると、管内に入射してきた放射線が、管内のガスと相互作用をして 1 次電子を生む。1 次電子は細い陽極 (アノード) と外側の陰極 (カソード) にかかっている高電圧による強い電場によって、アノードに引き寄せられる。その際、1 次電子とガスが相互作用をし、2 次電子が発生する。この過程が電子雪崩 (Avalanche) である。ガス増幅率 M は、

$$\begin{aligned} M &\equiv \frac{\text{1 次電子の数}}{\text{2 次電子の数}} \\ &= 10^4 \sim 10^6 \end{aligned} \quad (6)$$

となる。増幅された電子は (それでも測定には不十分な大きさだが) 信号として陽極を伝わって、整形・増幅回路へと進む。また、電子 (イオン対) を 1 個作るのに必要なエネルギーを W 値と呼び、P10 ガスの W 値は約 26eV である。

2.2.2 P10 ガス

P10 ガスとは Ar と CH₄ の体積比 9:1 の混合ガスである。結合を多く持つガスである CH₄ や C₂H₆ などをクエンチガスと呼ぶ。クエンチガスは紫外光を良く吸収する。Avalanche で発生した電子たちは気体分子を励起させる。励起した気体分子は安定の状態を目指して脱励起する。この脱励起時に紫外光を発生させる。この紫外光は管内で光電効果により、電子を生む。この電子はまた Avalanche の因子となる。つまり、紫外光は不要な信号を発生させてしまう。よってクエンチガスを適量混ぜておくことは、本実験において測定に余計な信号を混ぜないということでもとても重要である。また、ガスは Avalanche によってどんどん希薄になるので、絶えず新しいガスを送り込んでやる必要がある。

*1 Q 値 (反応前と反応後の静止質量の差) を調べればよい。ニュートリノの質量を 0 とする。 β^- 崩壊、

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (4)$$

の Q 値は、

$$\begin{aligned} Q &= m_n - m_{p^+} - m_{e^-} \\ &= 939.566 - 938.272 - 0.511 \text{ MeV} \\ &= 0.783 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (5)$$

となり、正である。Q 値が正の時は運動エネルギーをもって自発的に反応が起きる。 β^+ 崩壊では Q 値が負なので自発的には起こらない。

2.3 電子回路

アノードに入力された信号は測定にはまだ小さい。そこで、まず前置増幅器 (Pre-Amp) でその後に控えてあるオペアンプの回路に適切な大きさまで増幅させる。Pre-Amp の後は微分増幅器、積分増幅器の順に信号を伝える。そうして MCA で測定するのに適切な形・大きさにする。また、本実験では利用しなかった波高弁別気も回路中に組んだ。各回路部分の役割、原理はテキスト第 3 章 Appendix の p.72~76 の通りである。

2.4 エネルギー分解能

分布が正規分布のときのエネルギー分解能 R は次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} R &= \frac{\Gamma}{E_{peak}} \times 100 \\ &= \frac{2.35\sigma}{E_{peak}} \times 100 \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 σ は標準偏差、 Γ は FWHM (Full Width at Half Maximum、半値全幅) である。分解能を決める要因は、テキストにある通り、1. 電離により作られた電子 (イオン対) の数 n の標準偏差 σ_n 、2. ガス増幅率 M の標準偏差 σ_M 、3. 回路雑音の 3 つである。本実験の場合、 $\sigma_n = \sqrt{n} \simeq \sqrt{\frac{5.9keV}{26eV}} = 15.1$ 、 $\sigma_M = \sqrt{M} \simeq \sqrt{10^5}$ となる。また、エネルギー E は n と M に比例する。したがって、分解能へのそれぞれの寄与は、 $\sqrt{n}/n = 1/\sqrt{n} = 0.0662$ 、 $\sqrt{M}/M = 1/\sqrt{M} = 0.0032$ と概算できる。両者を比較してみるとガス増幅による分解能への寄与は十分無視できるといえる。すなわち、エネルギー分解能が電離電子数の分散のみによると考えれば、6.62 % と概算できる。また、テキストに書いてある通り、電子 (イオン対) の標準偏差は \sqrt{Fn} となっている。F は Fano 因子と呼ばれる 1 より小さい数である。したがって、上の計算から予想される分解能よりも実際の分解能は小さくなっている。しかし、回路雑音の影響も考えると分解能は大きくなる。

§3 方法

3.1 製作および動作確認

手順はテキスト第 2 章 p.11~25 に書いてある通りである。比例計数管本体の設計時に注意したことは、内部の埃を取りきること・アノード線にキックが見つかった時は、その部分を計数管内に入らないようにしたことである。続いて、電子回路製作の時注意したことは、端子の部分にハンダがはみ出ないようにしたこと・基盤の全てのグラウンド (GND) をつないだこと・空中配線するときには絶縁体でカバーされた導線を用いたのだが、ハンダゴテで溶かさないようにしたことである。私が製作した電子回路の実態配線図は図 2 と通り。また、微分回路と積分回路の時定数と第 1 増幅と第 2 増幅の増幅率を表 1 にまとめた。

	時定数 [μsec]	増幅率
微分増幅器	1	11
積分増幅器	1	6.1

表 1: 回路定数

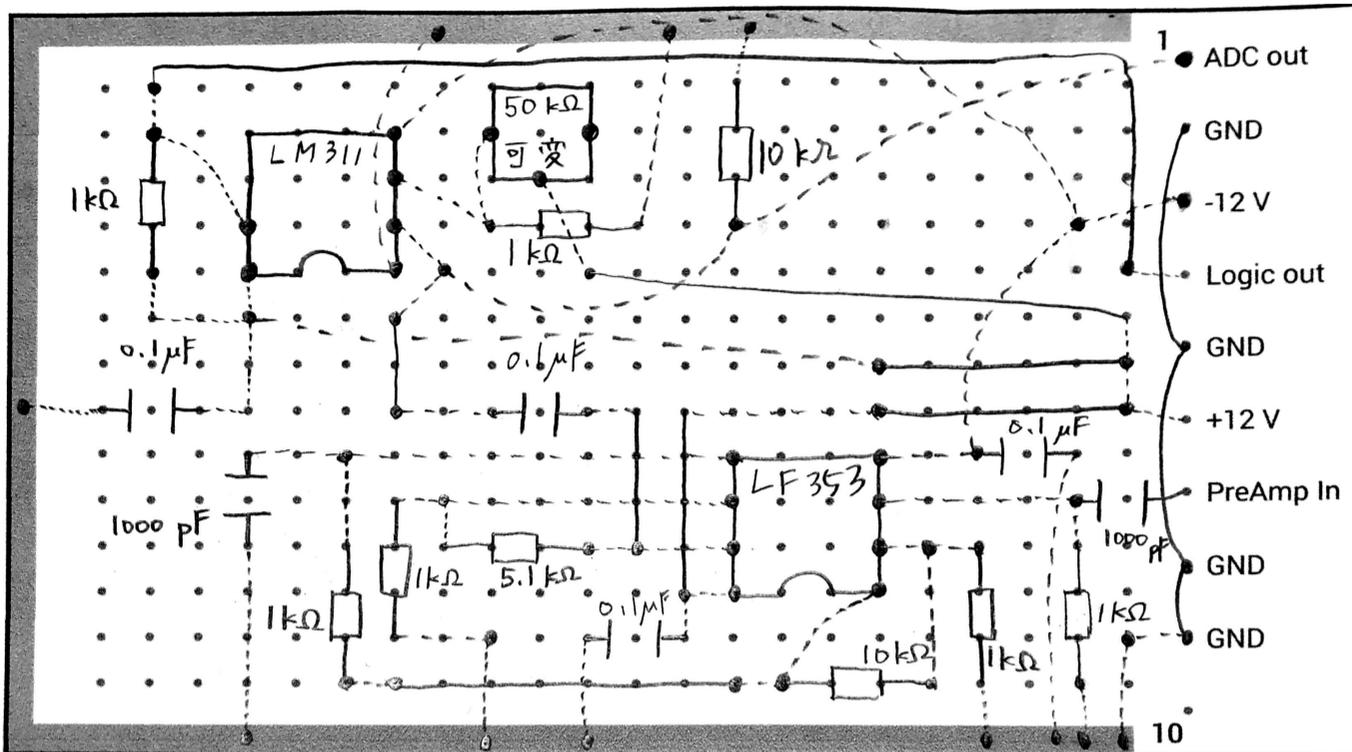


図 2 実態配線図

3.2 X線測定

製作した比例計数管に P10 ガスを流し、電子回路と HV と Pre-Amp とオシロスコープを接続した。オシロのインピーダンスは $1M\Omega$ とした。この時、比例計数管にはアルミホイルを巻いて、ノイズを減らした。結局うまく動作しなかったので、測定には他の実験者（細谷さん）の作成した計数管と回路を使った。X線を計数管の入射窓の上に置いた。まずは、信号の大きさが HV でどのように変化するかをオシロスコープで観察した。初めは HV を $1.50kV$ に設定して観察し、立下り時間と波高を読み取った。同様に $1.45kV, 1.40kV, 1.35kV, 1.30kV$ に設定して記録した。続いて、積分増幅器通過後のアナログ信号を MCA に接続した。そして、HV $1.5kV$ から 1.35 まで $0.05kV$ 刻みに MCA で X線のエネルギースペクトルを測定した。Threshold でノイズ部分はカットした。最後に線源と入射窓の間にアルミホイルを置いて、その場合の X線のエネルギースペクトル（特にカウント数）を測定した。アルミホイルの枚数は 0 枚、2 枚、4 枚、8 枚で測定した。アルミホイルの厚さは約 $11\mu m$ だった。

3.3 β 線測定

X線の時とは異なり、今度は線源と入射窓の間にコリメータを置いて、コリメータを通して β 線を入射窓に入射させた。 β 線は広範囲に放出されるので、計数管のあちこちに飛んでいく。これではしっかりしたピークの連続スペクトルが見えない恐れがある。その効果を防ぐためにコリメータを用いて放射線を絞った。そしたら、X線の時と同様にアルミホイルを挟んだ時どうなるのかを測定した。枚数は 0 枚、16 枚、32 枚、64 枚とした。測定時間は全て 120 秒とした。

§4 結果

♠「結果」の段階ではエネルギー較正をしていないので、エネルギーと言った時の単位はADCのChannelであることに注意。

4.1 動作確認

比例計数管本体の動作確認および製作回路の動作確認ともに異常はなかった。ただ、他の実験者たちと比べると、私の回路はノイズが多く乗っていた。比例計数管本体はしっかりと放射線をとらえていた。製作回路の動作確認時の波形を図にした。

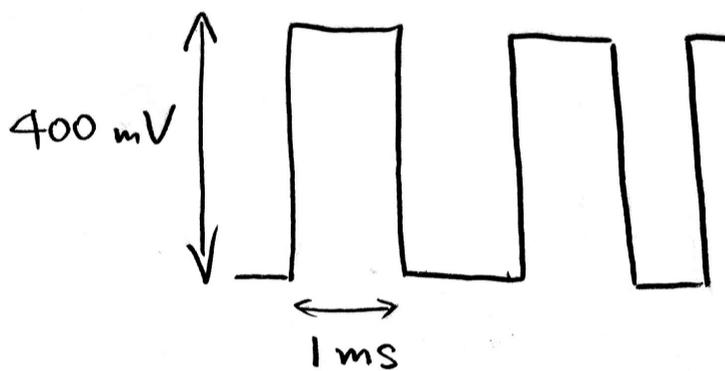


図3 テスト信号

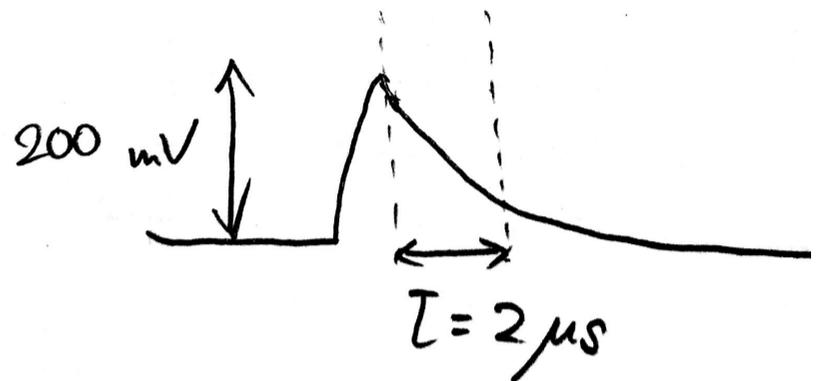


図4 微分後

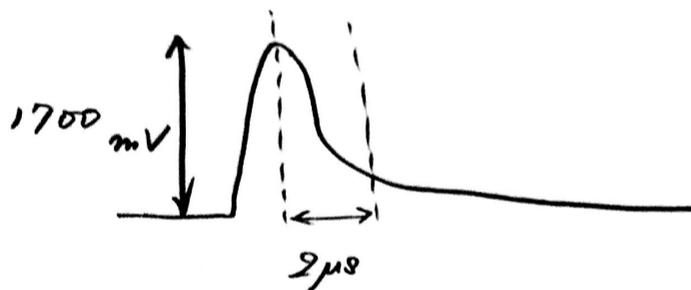


図5 増幅後1

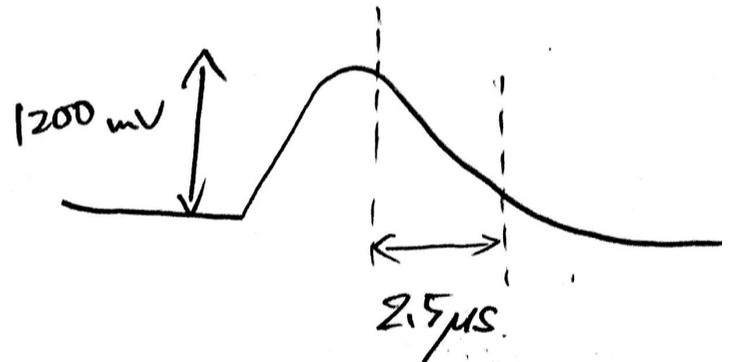


図6 積分後

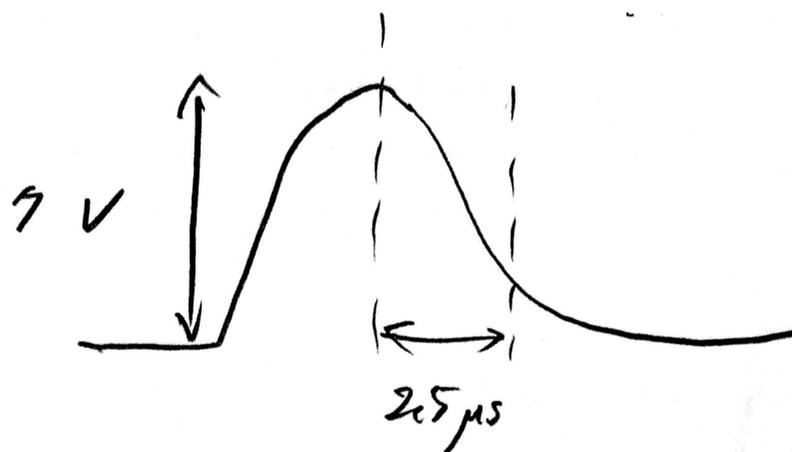


図7 増幅後2

4.2 X線測定

信号の大きさと HV の関係をオシロスコープで読み取った。オシロスコープで得られた波形は以下の通り。

図 8 HV1.50kV の時の信号波形

図 9 HV1.45kV の時の信号波形

図 10 HV1.40kV の時の信号波形

図 11 HV1.35kV の時の信号波形

図 12 HV1.30kV の時の信号波形

波形から、高さを読み取ったものを表にした。立ち下り時間 (1/e に減衰するまでの時間) はすべて約 $5\mu\text{sec}$ であった。この表の値は後でエネルギー較正曲線を作るときに用いる。

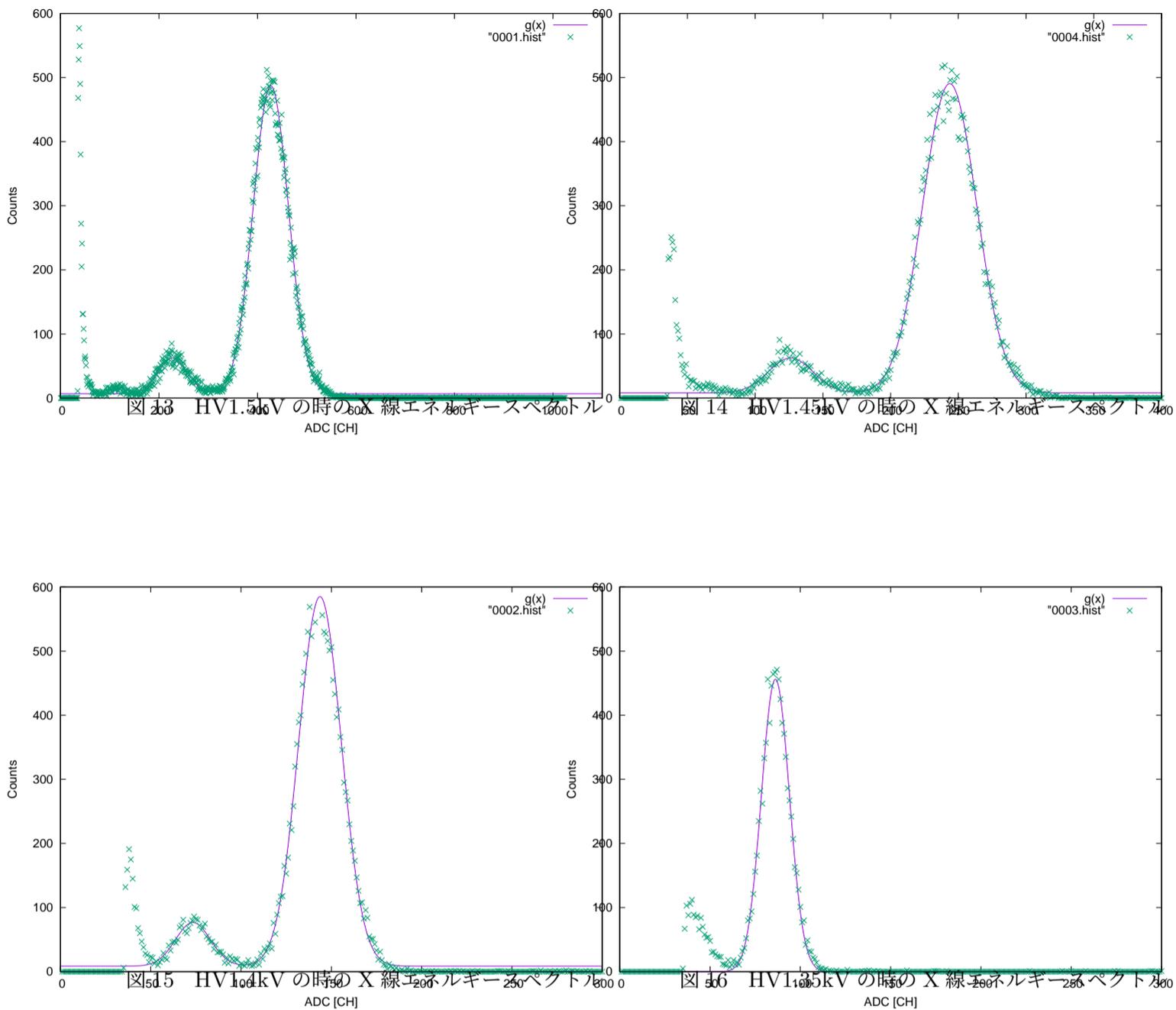
HV[kV]	Main[V]	Sub[V]
1.50	4.5	2.5
1.45	2.5	1.0
1.40	1.4	0.8
1.35	0.8	0.5
1.30	0.5	0.3

表 2: 信号電圧の HV 依存性

X 線のエネルギースペクトルの HV 依存性を調べるために測定した結果が下図の通りである。4 つのグラフは全て Gnuplot で関数

$$f(x) = \frac{a_1}{\sqrt{2\pi c_1}} \exp\left(-\frac{(x - b_1)^2}{2c_1^2}\right) + \frac{a_2}{\sqrt{2\pi c_2}} \exp\left(-\frac{(x - b_2)^2}{2c_2^2}\right) + d \quad (8)$$

でフィッティングした。d は Back Ground 項 (定数) とした。時間で規格化を忘れており、改めて規格化したグラフを作成すべきであったが、時間の関係で割愛する。下の表に、各グラフのフィッティング結果と測定時間を載せておく。この時点ではカウント数の HV 依存性はまだはっきりしないが、エネルギーのピーク値は主ピーク、副ピークどちらも HV と大小を共にしている。



	1.50kV	1.45kV	1.40kV	1.35kV
a_1	43100 ± 300	24200 ± 200	17100 ± 200	8150 ± 460
b_1	427 ± 0.22	243.6 ± 0.17	143.7 ± 0.12	86.24 ± 0.10
c_1	35.8 ± 0.24	20.0 ± 0.18	11.8 ± 0.12	7.35 ± 0.27
a_2	4100 ± 200	2250 ± 100	1650 ± 100	-
b_2	227.9 ± 0.9	126.1 ± 0.6	73.4 ± 0.5	-
c_2	29.4 ± 1.2	16.5 ± 0.8	9.7 ± 0.5	-
d	6.8 ± 1.2	8 ± 1	8.6 ± 1.4	0
χ^2	1.35	1.55	1.49	1.12
測定時間 [sec]	243	1.39	96.6	48.1

表 3: フィッティング結果と測定時間

続いて、ピーク値の HV 依存性の結果を表とグラフにした。グラフはどちらも縦軸

を log スケールにした。関数 $f(x) = ae^{bx}$ としてフィッティングした。結果は主ピークは $a = 4.0 \times 10^{-5} \pm 0.8 \times 10^{-5}$, $b = 10.8 \pm 0.1$, $\chi^2 = 498$ となり、副ピークは $a = 8.0 \times 10^{-6} \pm 3.6 \times 10^{-6}$, $b = 11.4 \pm 0.3$, $\chi^2 = 16.9$ となった。見た目はうまくフィッティングできていそうだが、フィッティングの精度の指標である χ^2 の値が大きい理由はセクション 15「その他の考察」で述べることにする。とにかく、エネルギーピークの中心値は HV の exp に比例するということが検証できた。(テキスト第 3 章 (原理) にガス増幅率 M は HV の値の exp に比例すると書いてある。)

HV[kV]	E_{peak}	誤差
1.50	427.1	0.22
1.45	243.6	0.18
1.40	143.7	0.12
1.35	86.24	0.10

表 4: HV 別の主ピークのエネルギー中心値

HV[kV]	E_{peak}	誤差
1.50	227.9	0.9
1.45	126.1	0.6
1.40	73.4	0.5

表 5: HV 別の副ピークのエネルギー中心値

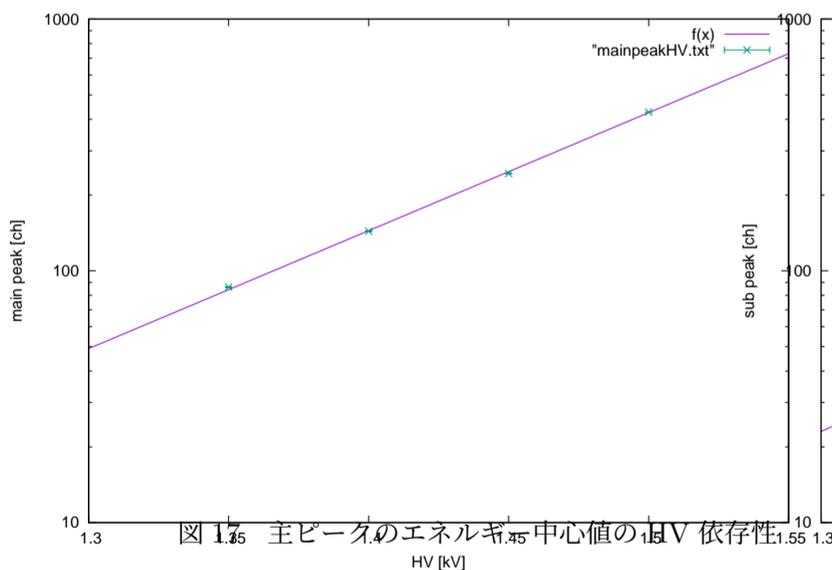


図 1.35 主ピークのエネルギー中心値の HV 依存性

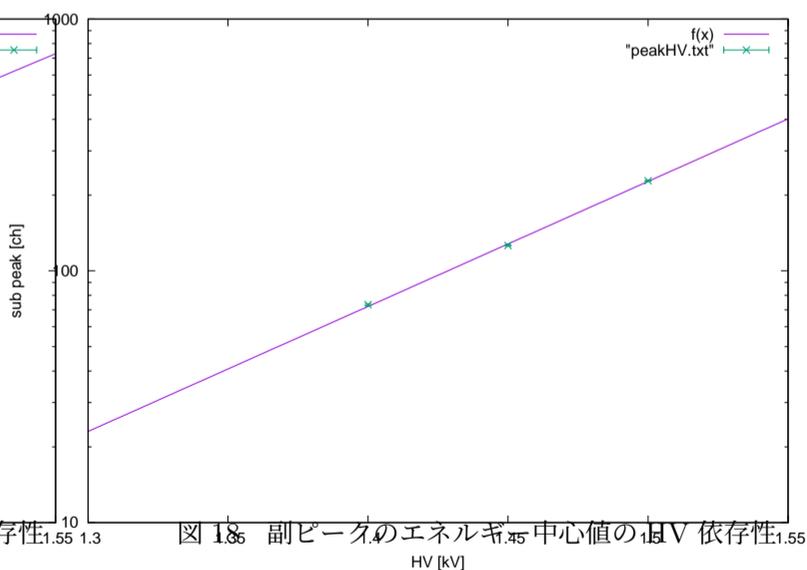


図 1.36 副ピークのエネルギー中心値の HV 依存性

次に、ピークの単位時間当たりのカウント数の HV 依存性を表にした。

HV[kV]	単位時間当たりのカウント数 [/sec]	誤差 [/sec]
1.50	177.1	1.2

1.45	174.1	1.4
1.40	177.0	2.1
1.35	183.3	2.1

表 6: HV の値別の主ピークの単位時間当たりのカウント数

HV[kV]	単位時間当たりのカウント数 [/sec]	誤差 [/sec]
1.50	16.8	0.8
1.45	16.2	0.7
1.40	17.1	1.0

表 7: HV の値別の副ピークの単位時間当たりのカウント数

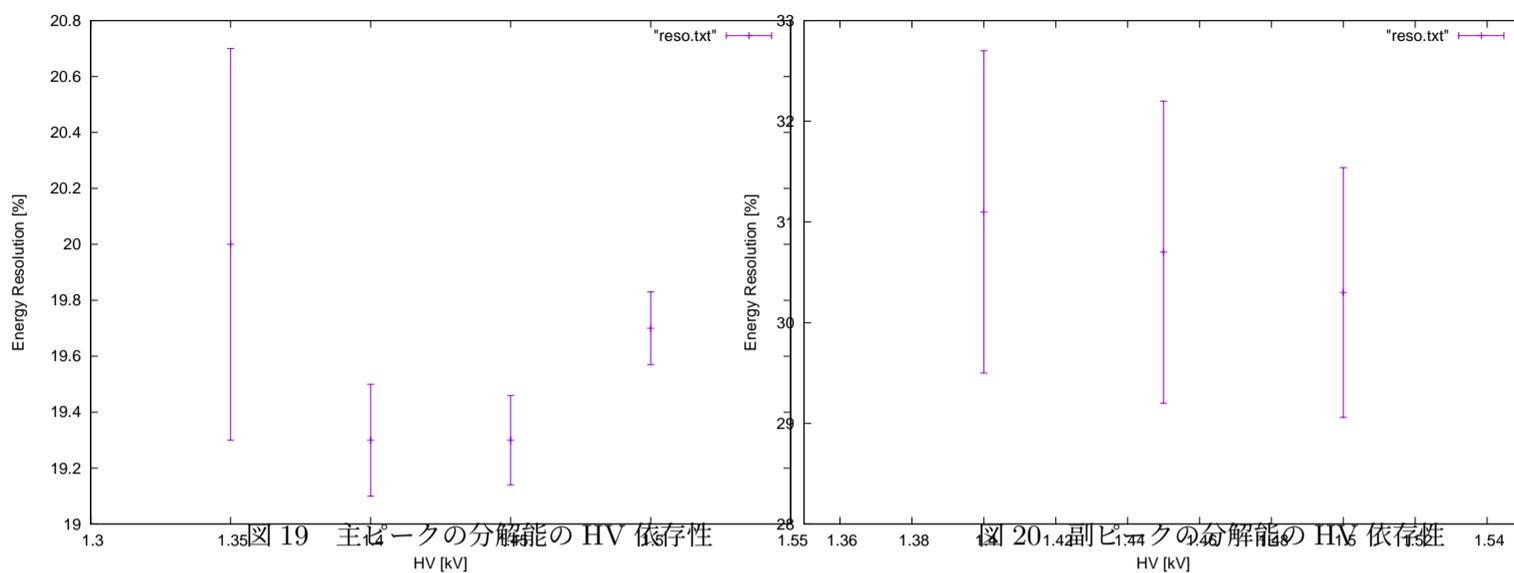
この2つの表から、カウント数は HV 依存性はないとわかる。HV の値に依らずカウント数は一定だといえる。次に、エネルギー分解能と HV の関係性についての結果を表とグラフにした。図 8 の主ピークのエネルギー分解能は下に凸とも見る事ができるし、誤差棒を考慮すると依存性は無いようでもある。図 9 の副ピークのエネルギー分解能は右肩下がり直線のようなものである。エネルギー分解能と HV の依存性については詳しくはレポート課題 3 の部分で述べる。

HV[kV]	エネルギー分解能 [%]	誤差
1.50	19.7	0.13
1.45	19.3	0.16
1.40	19.3	0.20
1.35	20.0	0.74

表 8: 主ピークのエネルギー分解能と HV

HV[kV]	エネルギー分解能 [%]	誤差
1.50	30.3	1.24
1.45	30.7	1.50
1.40	31.1	1.61

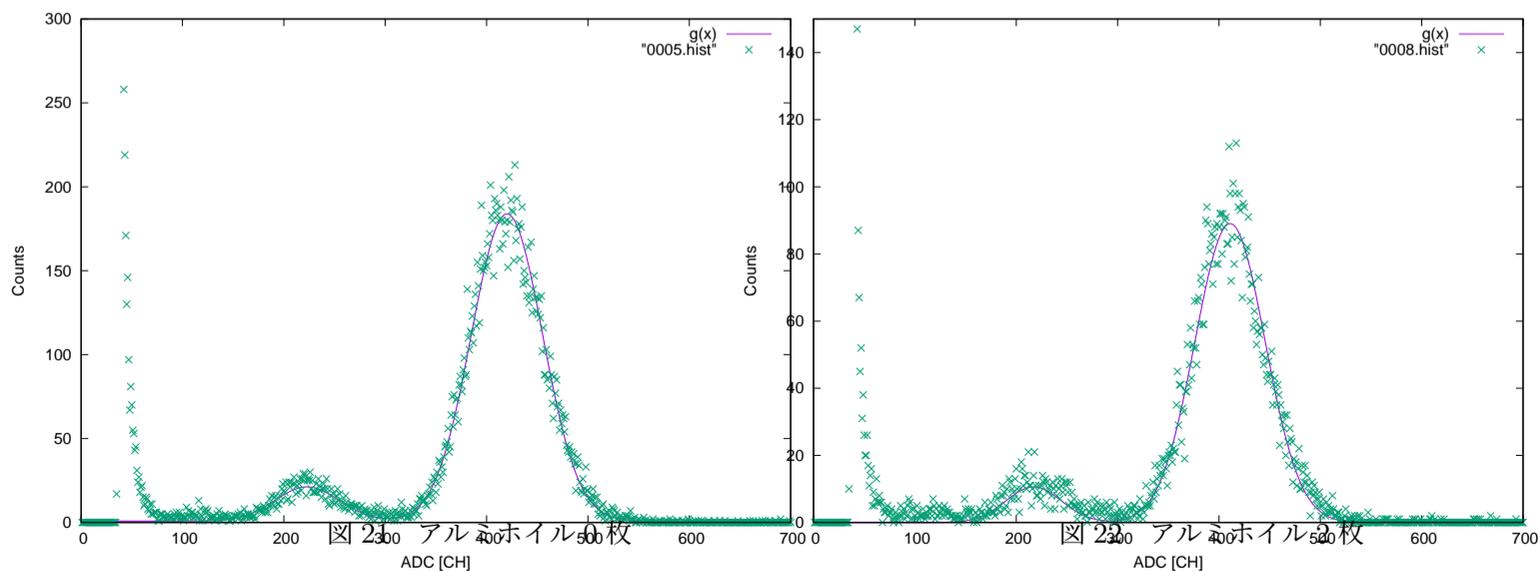
表 9: 副ピークのエネルギー分解能と HV

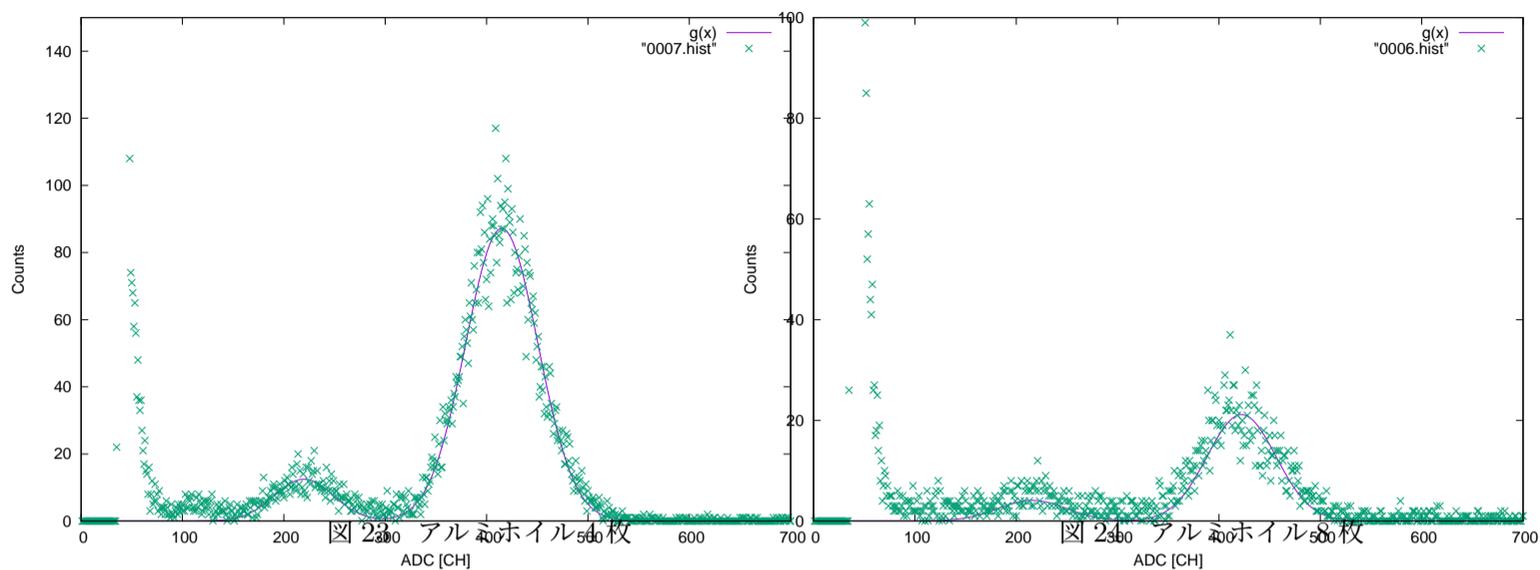


次にアルミホイルの枚数別の X 線のエネルギースペクトルは下図の通り。フィッティング結果を表にした。関数は先ほどの 2 つの Gaussian と BG 項を持つ関数で行った。

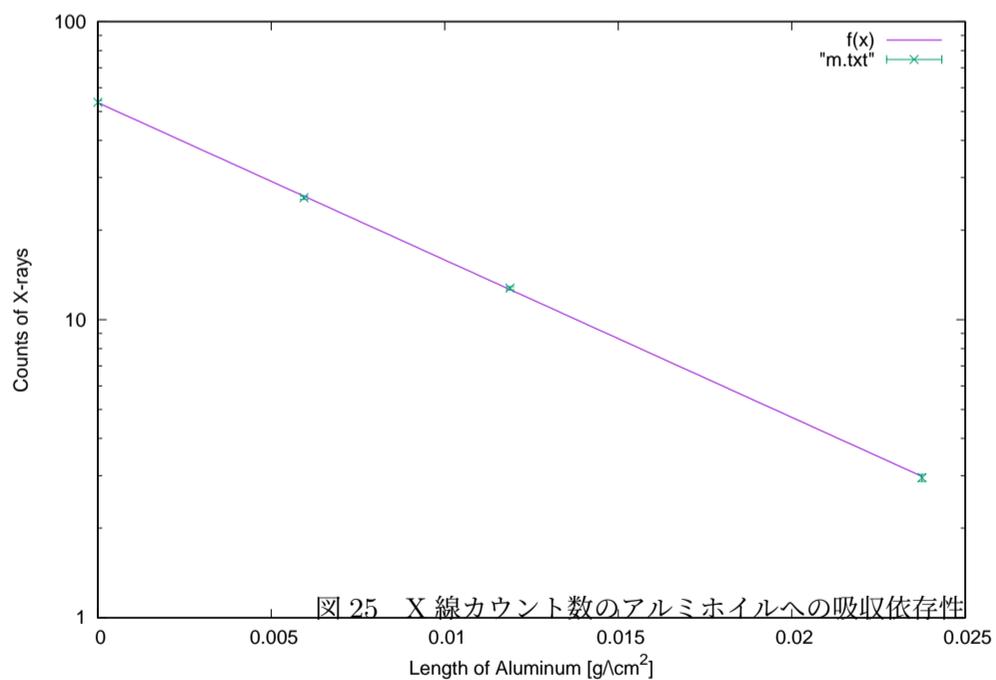
アルミホイルの枚数	0	2	4	8
a1	16100 ± 200	7700 ± 100	7800 ± 100	1800 ± 50
b1	420.1 ± 0.34	411.0 ± 0.5	415.0 ± 0.5	422.3 ± 1.1
c1	35.2 ± 0.37	34.6 ± 0.4	35.6 ± 0.4	34.1 ± 0.8
a2	1600 ± 100	730 ± 40	910 ± 40	350 ± 30
b2	223.1 ± 1.7	217 ± 2	220 ± 2	215.9 ± 4.1
c2	31.7 ± 2.2	27 ± 1	29 ± 1	33.9 ± 3.8
d	0.9 ± 0.6	0	0	0
χ^2	1.26	1.53	1.35	1.54
測定時間 [sec]	300	300	600.8	611.5

表 10: フィッティング結果 2





最後に、X線の単位時間当たりカウント数とアルミホイルの厚み [$g \cdot cm^{-2}$] (密度厚みと
 いった方が適切か?) のグラフが以下の通り。ここでは副ピークはカウント量が少なく、誤
 差の割合が高いと判断し、主ピークのみに注目した。フィッティングの関数は $f(x) = ae^{-bx}$
 とした。結果は $a = 53.5 \pm 0.5, b = 121.5 \pm 1.0, \chi^2 = 0.92$ となった。すなわち、アルミニ
 ウムの質量吸収係数は、実験的には $\mu = 1.21 \times 10^2 [cm^2/g]$ となった。



これを NIST のデータと比較してみた。

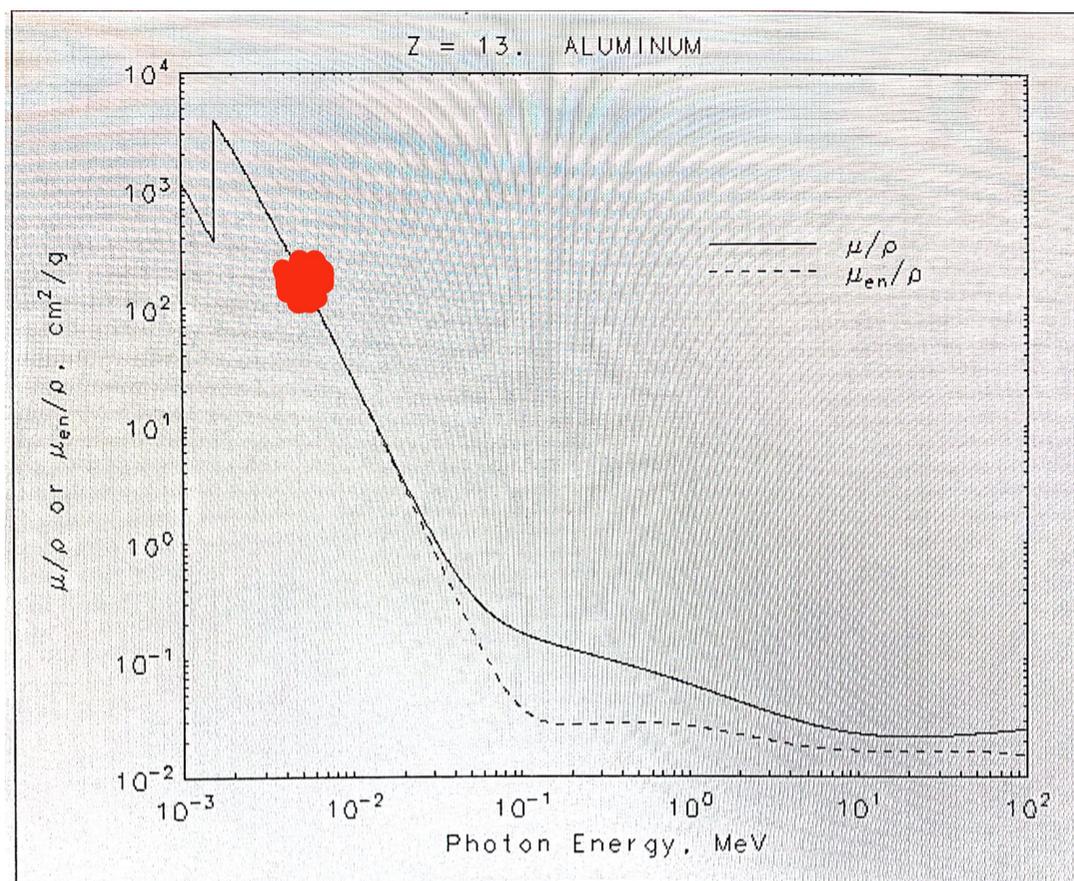


図 26 赤マークが入射線 5.9keV に対するアルミの質量吸収係数

値を読み取ると、だいたい $1.0 \times 10^2 \sim 1.1 \times 10^2 [cm^2/g]$ である。実験結果は NIST にか
なり近く、確からしい結果が得られたことになる。

4.3 β 線測定

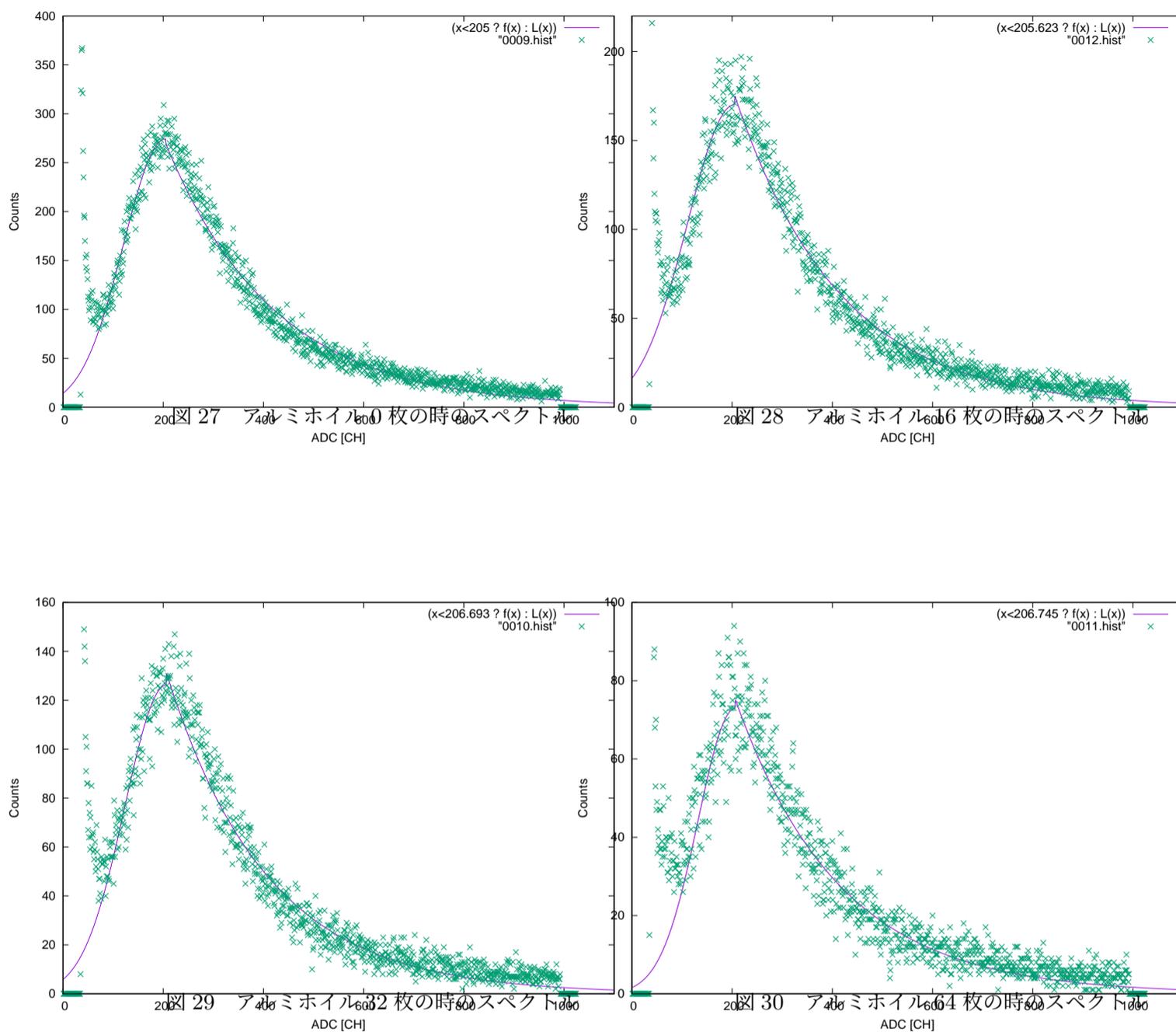
HV1.5kV 設定時のアルミホイルの枚数別の β 線測定の結果である。フィッティングの関
数 $f(x)$ は

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{2\pi}c} \exp\left(-\frac{(x-b)^2}{2c^2}\right) & x \leq E_{peak} \\ d \exp\left(-\frac{x}{e}\right) & E_{peak} \leq x \end{cases} \quad (9)$$

であり、フィッティングの結果は以下の通り。

アルミホイルの枚数	0	16	32	64
a	58000 ± 4000	40000 ± 5000	26000 ± 3000	14000 ± 2000
b	204.7 ± 3.4	206 ± 6	206.7 ± 5.2	206.7 ± 6.6
c	84.2 ± 6.5	95 ± 10	83.3 ± 9.0	74.7 ± 10.3
d	693.2 ± 10.7	470.7 ± 8.5	366.9 ± 7.5	202.8 ± 5.2
e	217.0 ± 1.7	207.9 ± 1.8	200.8 ± 2.0	208.2 ± 5.2
χ_{gauss}^2	0.99	1.27	0.95	1.32
χ_{exp}^2	1.84	1.57	1.45	1.35

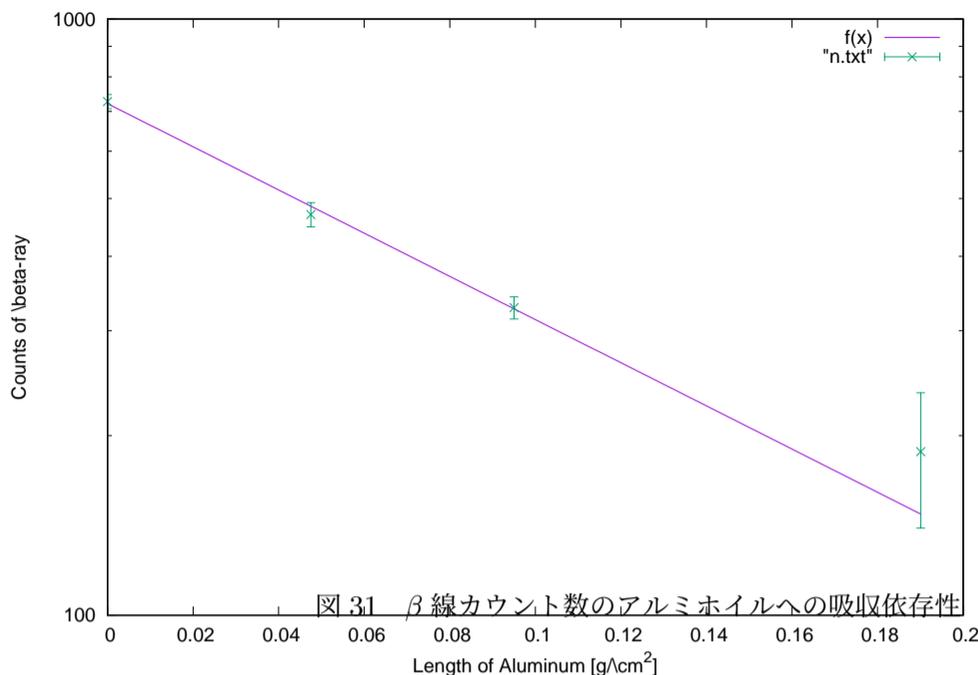
表 11: フィッティング結果 3



次にピークの単位時間当たりのカウント数とアルミホイルの枚数の関係を表にし、アルミホイルの枚数をアルミの厚さとしたものをプロット（方対数）した。

アルミホイルの枚数	単位時間当たりのカウント数	誤差
0	727	20
16	470	22
32	328	14
64	188	48

表 12: アルミホイルの枚数と単位時間当たりのカウント数



フィッティングの関数は X 線のアルミ依存の時と同じ指数関数とした。結果は $a = 721.3 \pm 153$, $b = 8.34 \pm 0.40$, $\chi^2 = 0.64$ となった。これを見ると、どうやら指数関数に近いということはわかるが、原理的なことがわかっていない以上、指数関数的に減少しているとは結論できない。

§5 レポートの課題および考察

5.1 課題 1：実験の解釈に必要な物理量

5.1.1 A

比例計数管の静電容量を求める。円筒型比例計数管内の電場の式は、アノード半径 a 、中心からカソードまでの距離 b 、HV の電圧 V_0 、円筒の軸方向の単位長当たりの静電容量 c と円筒座標系の動径 r を用いると、

$$E(r) = \frac{V_0}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{r} = \frac{cV_0}{2\pi\epsilon} \frac{1}{r} \quad (10)$$

と表せる。したがって、 c は、

$$c = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}} \quad (11)$$

となる。 $a = 10 \times 10^{-6} \text{m}$, $b = 9.5 \times 10^{-3} \text{m}$ であり、P10 ガスの誘電率 ϵ は真空の誘電率（電気定数） ϵ_0 とほぼ等しいので $\epsilon = 8.85 \text{pF/m}$ である。これらを式（9）に代入して、比例計数管の円筒の軸方向の長さ 190mm を掛けると、比例計数管の静電容量 C が求まる。計算すると、 $C = 1.54 \text{pF}$ となった。

5.1.2 B

99.99 % ガス置換するのにかかる時間を計算する。比例計数管の容積を V （単位 cc, cubic centimetre）、単位時間に流入する P10 の量を $v \text{cc/min}$ 、時刻 t での P10 の量を V_{P10} と設

定する。また、仮定として、流入した P10 は瞬時に拡散し、 v 流入すると v 排出するとする。微小時間 dt における V_{P10} の変化量に注目すると、

$$V_{P10}(t + dt) - V_{P10}(t) = vdt - \frac{V_{P10}(t)}{V}vdt \quad (12)$$

という方程式ができる。右辺は P10 が vdt 流入し、P10 と空気の混合ガスが vdt 排出される。排出されるガスの中での P10 の割合が V_{P10}/V ということである。両辺を dt で割ると微分方程式ができる。

$$\frac{dV_{P10}}{dt} = v\left(1 - \frac{V_{P10}}{V}\right) \quad (13)$$

変数分離で解くと、

$$\int \frac{dV_{P10}}{V - V_{P10}} = \int \frac{v}{V} dt \quad (14)$$

$$\Leftrightarrow V - V_{P10} = A \exp\left(-\frac{v}{V}t\right) \quad (15)$$

$$\Leftrightarrow V_{P10} = V - A \exp\left(-\frac{v}{V}t\right) \quad (16)$$

今、 $v=10\text{cc}/\text{min}$ 、 $V = \pi \times (0.95\text{cm})^2 \times 19\text{cm}=53.9\text{cc}$ であり、初期条件 $V_{P10}(t = 0) = 0$ から積分定数 $A = V$ であるから、99.99 %置換、すなわち $V_{P10} = \frac{99.99}{100}V$ となるときの時刻 t は、

$$V\left(1 - e^{-\frac{v}{V}t}\right) = \frac{99.99}{100}V \quad (17)$$

$$\Leftrightarrow e^{-\frac{v}{V}t} = 10^{-6} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow t &= 6\ln 10 \times \frac{V}{v} \\ &= \frac{53.9}{10} \times 6\ln 10 \end{aligned} \quad (19)$$

これを計算すると、P10 を送り始めて 99.99 %置換が完了するまでの時間は 74.5 分となる。授業開始時刻から測定までの時間は 74.5 分以上は立っていたので、P10 で満たされていない不完全な状態ではなかった。99.99 %以上の濃度の P10 ガスで測定ができていたことになる。

5.1.3 C

X 線の減衰について概算する。まず、比例計数管のカソードは 1mm 厚のアルミニウムである。NIST のデータによると、5.9keV X 線に対するアルミニウムの質量吸収係数は $1.05 \times 10^2 \text{cm}^2/\text{g}$ と読み取れる。したがって、xcm のアルミニウムを通過した時の X 線強度を $I(x)$ 、線源から出た直後の X 線強度を I_0 とすると、カソードでの減衰は、

$$\begin{aligned} \frac{I_{Al}(1\text{mm})}{I_0} &= e^{-1.05 \times 10^2 \times 2.7 \times 10^{-3}} \\ &\simeq 0.753 \end{aligned} \quad (20)$$

となる。よって、カソードに入射した X 線は約 25 %が吸収され、残りの 75 %は通過して P10 ガスに入射することになる。次に、入射窓での減衰を概算する。入射窓にはガス

漏れさせないために 20 μm 厚のマイラーテープ（化学式 $\text{C}_5\text{H}_4\text{O}_2$ 、密度 $1.4\text{g}/\text{cm}^3$ ）が巻かれてある。計算のために C の質量吸収係数を用いる。NIST から、5.9keV X 線に対して $1.10 \times 10^2 \text{cm}^2/\text{g}$ なので、減衰は、

$$\begin{aligned} \frac{I_c(20\mu\text{m})}{I_0} &= e^{-1.10 \times 10^2 \times 1.4 \times 20 \times 10^{-6}} \\ &= 0.99969 \\ &\simeq 1.0 \end{aligned} \quad (21)$$

よって、入射窓では減衰しないと考える。続いて、計数管内での減衰を考える。5.9keV X 線に対する Ar の質量吸収係数は NIST から、 $2.60 \times 10^2 \text{cm}^2/\text{g}$ であり、計数管内の Ar ガスの密度は 5.1.4 D で導出するが、 $1.77 \times 10^{-3} \text{g}/\text{cm}^3$ である。したがって、Ar 中で強度が $1/e$ に減衰する距離は $\frac{1}{2.60 \times 10^2 \times 1.77 \times 10^{-3}} = \frac{1}{0.46} \text{cm} = 2.17 \text{cm}$ となる。では、計数管の直径である 23mm を X 線が通過したとき、減衰は、

$$\begin{aligned} \frac{I_{\text{Ar}}(23\text{mm})}{I_0} &= e^{-0.46 \times 2.3} \\ &\simeq 0.35 \end{aligned} \quad (22)$$

となる。このことを踏まえると検出効率 η を見積もることができる。下図のように、線源と入射窓は十分近いとして、X 線は検出器に垂直に入射すると考える。また、円筒検出器の断面の円に比べて、入射窓は十分小さいとすると、入射 X 線は全て検出器の直径を移動すると見積もれる。こう考えると、Ar23mm 通過時の減衰率 0.35 から、逆に 0.65 は相互作用をして検出されることになる。よって、検出効率 η は 0.65 程度である。

続いて、2 次 X 線であるアルゴンの K-X 線（約 3keV）のアルゴンガス中での減衰を概算する。NIST の文献値によると、3keV の X 線に対する、アルゴンの質量吸収係数は $1.70 \times 10^2 [\text{cm}^2/\text{g}]$ である。また、P10 ガス中のアルゴンガスの密度は $1.77 \times 10^{-3} [\text{g}/\text{cm}^3]$ より、3keV の X 線がこのアルゴンガスに入射したとき、強度が $1/e$ になる距離 x は

$$1.703 \times 10^2 \times 1.77 \times 10^{-3} \times x = 1 \quad (23)$$

を解いて、 $x = 3.32 \text{cm}$ となる。計数管の直径が 23mm なので、今の概算が意味することは、多くの 2 次 X 線は検出器から逃げてエネルギースペクトルに escape peak を作るということである。

5.1.4 D

ここでは β 線について計算する。まずは電子の運動エネルギー T_e がわかっているときの電子の速度 $\beta = \frac{v}{c}$ を求める。ローレンツ因子 $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ を用いる次の相対論的式がある。

$$\gamma mc^2 = T + mc^2 \quad (24)$$

この式を用いて計算する。電子の場合、 $m_e c^2 = 0.511 \text{MeV}$ であるから、 $T_e = 0.5 \text{MeV}$ 、 1.0MeV 、 1.5MeV 、 2.0MeV のそれぞれの場合で β を計算した結果が下の表。

T_e [MeV]	0.5	1.0	1.5	2.0
β	0.863	0.941	0.967	0.979

表 13: 電子の運動エネルギーと速度

続いて、テキスト第 3 章 β 線のエネルギー損失も Bethe-Bloch の式で十分な精度で計算できるとして、最小電離の条件を満たすときの β 線の運動エネルギーを概算する。テキストに書いてある通り、 $\beta\gamma \simeq 3.4$ の時最小電離となる。すなわち、

$$\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = 3.4 \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \beta^2 &= \frac{3.4^2}{1+3.4^2} \\ &= 0.92 \end{aligned} \quad (26)$$

先ほどの運動エネルギー T_e の式を用いると、 T_e は

$$\begin{aligned} T_e &= \gamma m_e c^2 - m_e c^2 \\ &= 0.511 \times (\gamma - 1) \\ &= 0.511 \times \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \\ &= 1.30 \end{aligned} \quad (27)$$

したがって、最小電離となる β 線の運動エネルギーは 1.30MeV と概算できた。このエネルギーが比例計数管内で P10 ガス分子の電離に使われて 1 次電子を生み出す。次に電子の P10 中での最小電離を概算する。最小電離の速度で飛んでいる β 線が 1 回の衝突で原子（分子）に束縛されている電子に移行可能な最大のエネルギー T_{max} は

$$\begin{aligned} T_{max} &= \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + \frac{2\gamma m_e}{m_e} + \left(\frac{m_e}{m_e}\right)^2} \\ &= \frac{2 \times 0.511 \times (3.4)^2}{1 + 2\gamma + 1} \\ &= \frac{0.511 \times (3.4)^2}{1 + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}} \\ &= \frac{0.511 \times (3.4)^2}{1 + \frac{1}{\sqrt{1-0.92}}} \\ &= 1.30 \end{aligned} \quad (28)$$

と計算できるから、1.30MeV となる。当然であるが、先ほどの、最小電離時の電子の運動エネルギーと等しくなっている。質量の等しい者同士の衝突では相手に移行可能な最大エネルギーは自分の運動エネルギーそのものだからだ。次に、混合物および化合物中での最小電離の計算に必要な密度 ρ と混合物または化合物中での元素の質量比 ω を求める。P10 ガスは 1.2 気圧=0.12MPa に設定してある。理想気体の状態方程式は常温・常圧でも使えるのでこ

れを用いる。気体定数 $R=8.31\text{J}/(\text{K}\cdot\text{mol})$ 、原子量（分子量） $M\text{ g/mol}$ 、圧力 $P\text{ Pa}$ 、温度 $T\text{ K}$ とすると、状態方程式は、

$$\rho = \frac{PM}{RT} \quad (29)$$

ただし、この式の ρ の単位は g/m^3 なので、 g/cm^3 にするためには最後に $\times 10^{-6}$ しなければならない。Ar : CH₄ = 9:1 なので、Ar と CH₄ の分圧は $P_{\text{Ar}}=0.108\text{MPa}$ 、 $P_{\text{CH}_4}=0.012\text{MPa}$ である。よって、 $\rho_{\text{Ar}}=1.77\times 10^{-3}\text{g}/\text{cm}^3$ 、 $\rho_{\text{CH}_4}=0.0789\times 10^{-3}\text{g}/\text{cm}^3$ となる。 ω_{Ar} は Ar 中の Ar の質量なので 1 である。このように考えると、 $\omega_{\text{C}}=3/4$ 、 $\omega_{\text{H}}=1/4$ である。P10 ガス中の最小電離を求めるために、1.08 気圧の Ar 中と 0.12 気圧の CH₄ 中の最小電離を求める ($-(\frac{dE}{dx})_{\text{Ar}}$ 、 $-(\frac{dE}{dx})_{\text{CH}_4}$ と書くことにする。) 最後にそれらを足し算する。Bethe-Bloch の式は以下の通り。

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_{\text{Ar}} r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \left(\frac{z}{\beta}\right)^2 \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\text{max}}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \quad (30)$$

ただし、右辺第 2 項は相対論的補正項、第 3 項は密度補正項である。ここでは密度補正項は無視する。 N_A はアボガドロ定数、 r_e は電子の古典半径、 z は電荷（電子なので $z=1$ ）、 Z は原子番号、 A は原子量（ほとんどの場合 $Z/A=0.5$ 、水素は $Z/A=1$ ）、右辺頭の部分は $4\pi N_{\text{Ar}} r_e^2 m_e c^2 \simeq 0.307\text{MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2)$ である。 I は標的物質の平均励起およびイオン化ポテンシャルを示し、それぞれの物質について個別に与えられる量である。 $I(\text{Ar})=285\text{eV}$ 、 $I(\text{CH}_4)=131\text{eV}$ である。まずは Ar 中の最小電離を計算する。

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{Ar}} &= 0.307 \times \rho_{\text{Ar}} \times 0.5 \times \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2 \times 0.511 \times 10^6 \times (3.4)^2 \times 1.30 \times 10^6}{I(\text{Ar})^2} \right) - \beta^2 \right] \\ &= 0.307 \times 1.77 \times 10^3 \times 0.5 \times \frac{1}{0.92} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2 \times 0.511 \times 10^6 \times (3.4)^2 \times 1.30 \times 10^6}{285^2} \right) - 0.92 \right] \\ &= 2.54 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (31)$$

よって、 $-(\frac{dE}{dx})_{\text{Ar}}=2.54\times 10^{-3}\text{MeV}/\text{cm}$ となる。次に $-(\frac{dE}{dx})_{\text{CH}_4}$ を計算する。ブラッグの加法則を用いる。ブラッグの加法則の各項は密度がキャンセルされるので、H の Z/A の値は 1 であることに注意すると、CH₄ 中の最小電離の式は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{CH}_4} &= \rho_{\text{CH}_4} (\omega_{\text{C}} \times 0.5 + \omega_{\text{H}} \times 1) \times \frac{0.307}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2 \times 0.511 \times (3.4)^2 \times 1.30 \times 10^{12}}{I(\text{CH}_4)^2} \right) - \beta^2 \right] \\ &= 0.0789 \times 10^{-3} \times \frac{5}{8} \times \frac{0.307}{0.92} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2 \times 0.511 \times (3.4)^2 \times 1.30 \times 10^{12}}{131^2} \right) - 0.92 \right] \\ &= 0.15^{-3} \end{aligned} \quad (32)$$

よって、 $-(\frac{dE}{dx})_{\text{CH}_4}=0.15\times 10^{-3}\text{MeV}/\text{cm}$ となる。したがって、比例計数管内の P10 ガス中の電子の最小電離 $-(\frac{dE}{dx})_{\text{P10}}$ は $2.54 \times 10^{-3} + 0.15 \times 10^{-3} = 2.69 \times 10^{-3}\text{MeV}/\text{cm}$ となる。単位を $\text{MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2)$ とするには、P10 ガスの密度 $\rho_{\text{Ar}} + \rho_{\text{CH}_4} \simeq 1.85 \times 10^{-3}\text{g}/\text{cm}^3$ で割ればよいので、結局最小電離は $1.45\text{MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2)$ と概算できる。正確な最小電離の値を確かめるために、<http://pdg.lbl.gov/2018/AtomicNuclearProperties/> を参考にした。1 気圧 20 °C で

Ar ガスの密度は $1.662 \times 10^{-3} \text{g/cm}^3$ 、最小電離は $2.525 \times 10^{-3} \text{MeV/cm}$ 、 $1.519 \text{MeV}/(\text{g/cm}^3)$ であった。CH₄ についてのデータは見つけれなかった。これはミューオンについてのデータである。ミューオンは静止質量 $105.6583745 \pm 0.0000024 \text{MeV}$ であり、電荷は電子と同じである。質量は電子の約 200 倍である。重い粒子の場合の Bethe-Bloch の式の近似式は、

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_{Ar} r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \left(\frac{z}{\beta}\right)^2 \left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I^2}\right) - \beta^2 \right] \quad (33)$$

である。これは、電離損失は粒子の質量に依らず、電荷と速度のみで決まるということを示している。また、テキストの記述から、電子も Bethe-Bloch の式を用いても値に大きな差がないということから、電荷の同じミューオンと電子で最小電離を比較することは意味がある。計算の途中段階の値の比較になってしまうが、1.08 気圧室温 Ar ガス中の電子の最小電離は先ほどの計算過程で導出した $2.54 \times 10^{-3} \text{MeV/cm}$ である。上記の PDG のデータと近く、妥当な結果が概算できていると言える。したがって、 β 線が 23mm 厚の P10 ガスを通過した場合、最小電離として、

$$\begin{aligned} \text{平均エネルギー損失} &= 2.3 \times \rho_{P10} \times \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{P10} \\ &= 2.3 \times 1.85 \times 10^{-3} \times 1.45 \\ &\simeq 6.17 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (34)$$

と計算できる。以上より、 β 線が 23mm 厚の P10 ガスを通過した場合、最小電離として、6.17keV の平均エネルギー損失をする。すなわち、仮に β 線が最小電離の速度で飛んでいたら、23mm の P10 では、 β 線は自身の運動エネルギーを使い切らないことがわかる。

5.2 課題 2：製作回路

方法・結果に記述した。

5.3 課題 3：X 線の観測

5.3.1 (1)

オシロスコープのインピーダンス（入力カップリング）は DC1M Ω と設定した。オシロには DC50 Ω もある。測定器には特性インピーダンス Z があり、入力回路と出力回路の特性インピーダンスが異なると、信号が反射する。反射率 Γ は次の式で表される。

$$\Gamma = \left\| \frac{Z_{out} - Z_{in}}{Z_{out} + Z_{in}} \right\| \quad (35)$$

本実験は低周波測定の種類である。これは図 8 あたりのオシロスコープの画像を見ればわかるが、信号の周波数が約 100Hz ほどだからだ。高周波の場合は測定回路の特性インピーダンスがだいたい 50 Ω であり、反射波の影響を無くしたいので DC50 Ω にする。低周波測定で特に電圧測定の場合は、測定の対象（回路）に影響を与えたくないので大きなインピーダンスの方が正確な測定ができる。極端な例を挙げると、オシロのインピーダンスが ∞ なら、他の測定系に何の影響も無いことがわかる。これが DC1M Ω にする理由である。

5.3.2 (2)

HV1.5kV の時のエネルギースペクトルでエネルギー較正をする*²。本実験で確実にわかっていることは 5.9keV の時の主ピークの中心値だけである。エネルギー較正は ADC の ch の値とエネルギーの関係が 1 次だと仮定しても最低 2 点の情報が必要である。他の 1 点を原点 (0,0) とする。すなわち ADC で 0ch の時は 0eV と考える*³。参考のことは今は頭から消して、エネルギー較正曲線は比例の直線だと考えると表 3 より、5.9keV の時 427 ± 0.22 であるから、較正式は有効数字 3 桁でエネルギーを $E[\text{keV}]$ 、ADC の値を y とすると、 $y = (72.4 \pm 0.04)E$ となる。この較正式をもとに HV1.5kV の時のエネルギースペクトルの中心値とその標準偏差を keV 単位で表した*⁴

	中心値 [keV]	標準偏差 [keV]
主ピーク	5.9 ± 0.0045	0.49 ± 0.0033
副ピーク	3.1 ± 0.013	0.41 ± 0.017

表 14: HV1.5kV の時のエネルギースペクトルの中心値と標準偏差 [keV]

このように有効数字 2 桁で考えると副ピークの標準偏差以外は誤差が無視できる程度である。副ピークの中心値は 3.1keV とわかった。誤差の範囲内ではないが、有効数字を 1 桁とすれば、これは Ar の K-X 線約 3keV を 5.9keV から引いた値と一致している。よって、副ピークの正体は Ar の K-X 線の Escape Peak だといえる。Escape Peak について考察する。光電効果で電離した Ar は全て 2 次 X 線を発生させると仮定する*⁵。2 次 X 線は平均して Ar ガスを 23mm/2 だけ通過すると考える (図 32)。

*² 他の HV の値の時はガス増幅率が異なり、同じ 5.9keV でもスペクトルの中心値は別の値を示すので、当然エネルギー較正も異なる。

*³ 参考 私が物理学実験 II で同じ MCA でエネルギー較正をした結果はエネルギーを $E[\text{MeV}]$ 、ADC の値を y とすると、 $y = 603E + 10.7$ となった。すなわち、ADC の値が 0 の時、-15keV。本実験では 5.9keV 付近を測定するので、無視できない値である。しかし、あくまでもこの較正式は MeV 単位で考えているので、keV の範囲を扱う本実験とは比較しても意味がない？

*⁴ 誤差は誤差伝播の式から、 y の誤差を y_e 、 E の誤差を E_e とすると次のように計算できる。

$$E_e = \sqrt{\frac{y_e^2}{72.4^2} + \left(\frac{y}{72.4}\right)^2 0.04^2} \quad (36)$$

*⁵ 実際には Auger 電子を発生させる可能性もあるし、イオンのままカソードへ行くものもある。量子力学の不確定性関係

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar \quad (37)$$

から、3keV を発生させるための電子の遷移にかかる時間 t は $t \sim 10^{-18} \text{sec}$ となり、イオンのカソードまで行くのにかかる時間よりも明らかに短い。テキスト第 3 章 p63~64 には電子の P10 中のドリフト速度は約 $2.5 \times 10^{-6} \text{cm/sec}$ と書いてある。また、イオンの移動速度は電子よりも遅いので。したがって、全ての Ar が 2 次 X 線または Auger 電子を発生させると考えてよさそう。

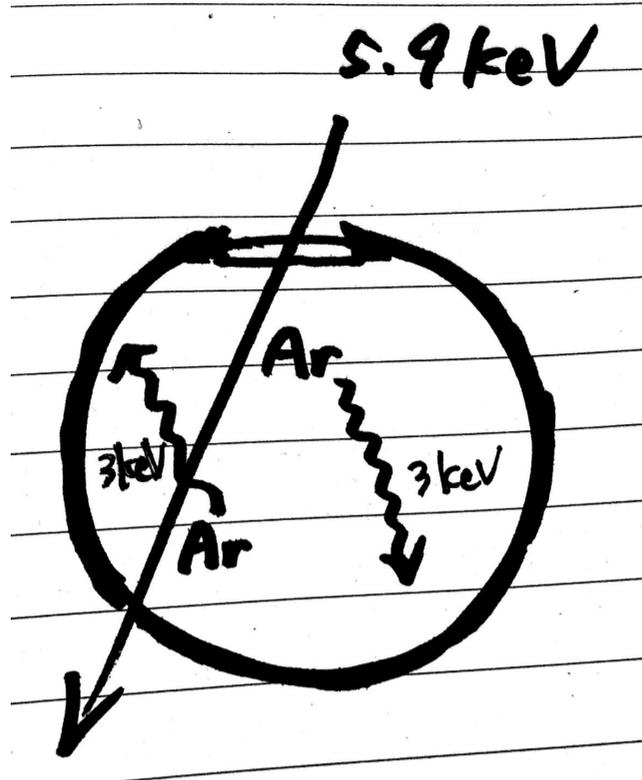


図 32 2次 X 線の通過する距離

このように考えると、検出器から逃げる 2 次 X 線の割合は $e^{-1.7 \times 10^2 \times 1.77 \times 10^{-3} \times 2.3/2} \simeq 0.71$ である。今、図 13~16 と表 3 を見ると、副ピークのカウン数は主ピークのカウン数の約 1/10 であることがわかる。電離電子数から考えると、もっと副ピークのカウン数は多いはずである。しかし、これは矛盾していない。重要なことは K-X 線の Escape peak であるということと、図 33 からわかる通り、K 殻に遷移したときに出る X 線が他の X 線よりもとても大きいということである。他の 2 次 X 線はエネルギーが小さく、検出器から逃げても主ピークから独立したスペクトルを示すことはできない。

図 33 電子の遷移 (引用 天文学辞典 公益社団法人 日本天文学会)

また、テキスト第 3 章 p51 の図 3.8 の通り、Ar の K 殻で光電効果を起こすのに必要な最小エネルギーは 3.20keV であり、入射 X 線 (5.9keV) 1 本につき K 殻電子と光電効果できるのは最大 1 回である。さらに、K-X 線はここではほとんどが L 殻から K 殻に落ちてくる電子が出す。ここから、入射 X 線 (5.9keV) はどのくらいの割合で K 殻電子と光電効果をするのか概算できる。主ピークのカウント数の 1/10 が副ピークのカウント数なので、入射 X 線の量の 1/11 の 2 次 X 線 (Ar の K-X 線約 3keV) が検出器から逃げていることになる。入射 X 線の x % が Ar の K 殻電子と光電効果をするすると、

$$0.71x = \frac{1}{11} \quad (38)$$

を解いて、 $x \simeq 0.13$ 。以上より、入射 X 線 (^{55}Fe の 5.9keV K-X 線) の約 13 % が Ar の K 殻電子と光電効果をするで見積もれる。

5.3.3 (3)

原理の「エネルギー分解能」に記述した。また、ガス増幅率の寄与が無視できるほど小さく、電離電子数の分散だけでエネルギー分解能が決まるとなると、そこに HV の依存性は存在しない。したがって、図 19・20 は理想は横軸に平行な直線になる。

5.3.4 (4)

ガス増幅率の HV 依存性は結果の部分に記述した通り。ガス増幅率 M は HV の exp に依存することが分かった。また、実験の解析結果から、 $M \propto \exp(10.8 \pm 0.1)V_0$ とわかった。すなわち、ガス増幅率が 2 倍にするためには HV をどうすればよいかを計算すると、

$$e^{10.8(V_1 - V_0)} = 2 \quad (39)$$

$$\Leftrightarrow V_1 - V_0 = \frac{\ln 2}{10.8} \simeq 0.064 \quad (40)$$

となる。また、誤差伝播の式から、誤差は、

$$\sqrt{\left(\frac{\ln 2}{10.8^2}\right)^2 0.1^2} \simeq 0.00059 \quad (41)$$

となる。誤差は十分無視できる。よって、ガス増幅率を 2 倍にするには、HV を 0.064kV 大きくすればよい。

5.4 課題 4： β 線の観測

5.4.1 (1)

結果に記述した。

5.4.2 (2)

課題 3 の A で求めたエネルギー較正の式を用いて、 β 線のエネルギースペクトルのピーク値と半値全幅 (FWHM) の値を求める。ただし、ピーク近傍を正規分布とみなして計算する。表 11 のアルミホイルの枚数ゼロのデータを用いる。HV は 1.5kV なので、求めた較正式が問題なく使える。計算すると、ピーク値は $2.83 \pm 0.05\text{keV}$ 、FWHM は σ に 2.35 をかけて、 $2.73 \pm 0.21\text{keV}$ となった。ピーク値は課題 1 で求めた 23mm 厚の Ar を通過した場合の β 線の最小電離としての平均エネルギー 6.17keV とは一致していない。これは、 β 線のエネルギー分布の形が非対称な Landau 分布であり、最頻値 (ピーク値) と平均値が一致しないためである (図 33)。

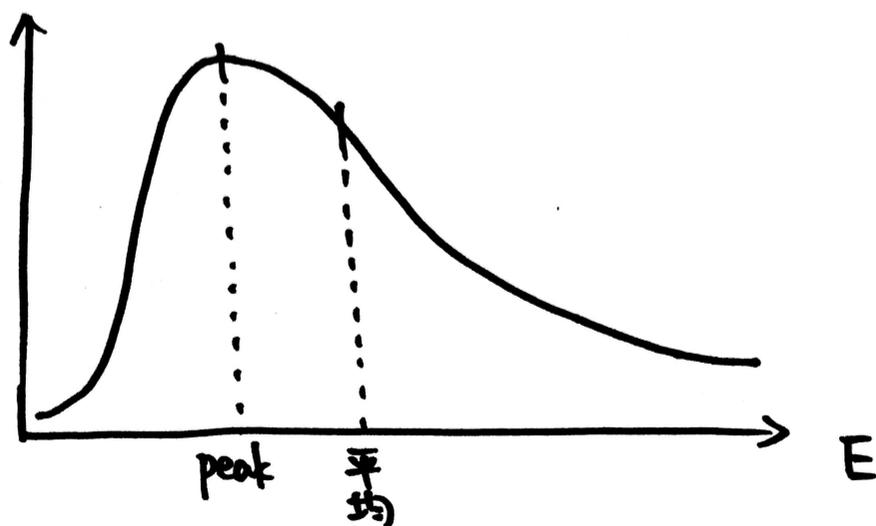


図 34 Landau 分布

分布の形から、明らかにピーク値 < 平均値であり、これは計算結果と整合している。

5.5 その他の考察

ここでは図 17 の X 線のエネルギー分布における主ピークと副ピークを中心値の HV 依存性のフィッティングにおいて、見た目ほうまくフィッティングできていそうなのに、 χ^2 の値が 1 とは大きく離れてしまっていることについて残差をもとに考える。

	主ピークの 2 乗残差	誤差の 2 乗	副ピークの 2 乗残差	誤差の 2 乗
1.50kV	49.6	0.0484	205	0.81
1.45kV	88.3	0.0324	28.4	0.36
1.40kV	13.9	0.0144	26.0	0.25
1.35kV	0.105	0.0100	-	-

表 15: X 線のピーク値の HV 依存性のグラフの 2 乗残差

表にすると明らかだが、全ての残差が誤差内に収まっていない。図 17・18 では肉眼で見えないが、誤差棒から直線が大きく外れてしまっているのである。フィッティング曲線が誤差内で収まっていれば χ^2 が 1 に近くなり、良い近似曲線と言える。

§6 結論

β 線と X 線では、検出の原理もエネルギーの分布も異なっていた。 β 線は荷電粒子であり、比例計数管内では Bethe-Bloch の式に従って電離作用をする。X 線は光子であり、光電効果・コンプトン散乱・電子陽電子対生成をして検出される。また、X 線のエネルギーは離散的だが、 β 線のエネルギーは連続である。本実験では自作（細谷さんの）の比例計数管と整形増幅回路で放射線のエネルギーを検出することができた。

§7 参考資料

- ・ <http://pdg.lbl.gov/2018/AtomicNuclearProperties/> PDG (Particle Data Group)
- ・ <https://pdg.lbl.gov/2021/listings/rpp2021-list-muon.pdf> PDG (Particle Data Group)
- ・ 素粒子・原子核物理入門 B. ポップ/K. リーツ/C. ショルツ/F. サッチャ 著 柴田利明 訳 丸善出版
- ・ 原子核物理学 永江知文 永宮正治 共著 裳華房
- ・ 粒子線検出器-放射線計測の基礎と応用- K・クライクネヒト 著 高橋嘉右・吉城肇 共訳 培風館
- ・ 物理学実験IIIテキスト 「ワイヤー一本で素粒子をとらえるー素粒子・原子核実験の心臓部分「ワイヤーチェンバー」を作ろうー」
- ・ 天文学辞典 公益社団法人 日本天文学会