

# On a quasi-bound state in the $K^-d$ system caused by strong interactions

N.V. Shevchenko

2023/6/22 木村 佑斗

# 1. Intro

- この論文では新たなNN相互作用のポテンシャルを考え、それが $K^{-pp}$ と $K^{-d}$ に与える影響を調べ、quasi-bound stateが存在するのか、また今までのポテンシャルの場合からどのように変化するのかを調べている。
- 3体FaddeevタイプAGS方程式を解いた。
- 3つの $\bar{K}N$ 相互作用モデルを使った。(2個の現象論的なポテンシャルと1個のchirally motivated model) As a input

# 1. Intro

- AGS方程式

$$U_{ij} = G_0^{-1}(1 - \delta_{ij}) + \sum_{k \neq i} t_k G_0 U_{kj}$$

$U_{ij}$  : 遷移行列、 $G_0$  : 自由な場合のグリーン関数、 $t_{ij}$  : t行列

- 散乱振幅 $T_{ij}$ は、

$$T_{ij} = \langle \phi_i | U_{ij} | \phi_j \rangle$$

で求まる。 $T_{ij}$ の極を見つければそれに対応した束縛エネルギーと共鳴の幅が決まる。

# 1 intro

- $\bar{K}NN$  system with spin one (which is denoted as  $K^-d$ )
- これはatomic stateを持つ(kanik deuterium、K中間子重水素)  
クーロン力でくっついている。強い相互作用は束縛エネルギーと崩壊幅に補正を加える。
- Quasi-bound state に対応する極は見つけれなかった。
- ただし、 $\bar{K}N - \pi\Sigma$ の中の $I = 0$ の引力ポテンシャルを手で大きくすると、 $K^-pp$ に現れるようなQuasi-bound stateが出現した。

## 2. Three-body AGS Eqs & two-body input

- 積分方程式である解くべきAGS Eqsを2通りで解いた。
- (1) : 極の位置を直接探す。
- (2) :  $1/|\text{Det}|^2$  method (これは $K^{-pp}$ でうまくいった方法)
- この2つは相補的。

(1)は固有値問題を解くための初期値が必要だが、それは(2)から得られる。(2)において実エネルギー軸のコブのFittingで得られる束縛エネルギーと共鳴の幅は(1)の結果の制御に使われる。

## 2. Three-body AGS Eqs & two-body input

- AGS方程式のinputはT行列。  $\bar{K}N - \pi\Sigma, NN, \Sigma N, \pi N$ のポテンシャルに対応。
- これらのポテンシャルはすべてのLow-Energy Expのデータを正確に再現する。
- ただでさえ実験データには不確定性があるのに、あえて3体力を入れてさらに不確実にすることはしない。  $p$ と $K^-$ の間のクーロン力も入れない(なぜならatomic stateに比べてQuasi-bound stateではクーロン力はメインの相互作用ではなく、その寄与が小さいから)。

## 2. Three-body AGS Eqs & two-body input

- $\bar{K}N$ は $\Lambda(1405)$ を通して $\pi\Sigma$ とカップルしている。この共鳴状態は1個か2個の極で形成されている(one-pole, two-pole)。
- $V_{\bar{K}N}^{1,SIDD}$  ,  $V_{\bar{K}N}^{2,SIDD}$  : それぞれ $\bar{K}N - \pi\Sigma$ のone-poleとtwo-poleの場合の現象論的なポテンシャル。
- $V_{\bar{K}N}^{Chiral}$  : カイラル有効理論の $\bar{K}N - \pi\Sigma - \pi\Lambda$ のポテンシャル (エネルギーに依存)  
(with two-pole  $\Lambda(1405)$  structure)

## 2. Three-body AGS Eqs & two-body input

- 3つのポテンシャルはK中間子水素の1s level shiftと崩壊幅を再現した。他の論文等とは異なって、デーザーの近似式を使わずに、直接それらの実験データを再現できた。
- さらに、 $K^-p$ の弾性・非弾性散乱の断面積やbranching ratios  $\gamma, R_c, R_n$ も再現できた。

$$\gamma = \frac{K^-p \rightarrow \Sigma^- \pi^+}{K^-p \rightarrow \Sigma^+ \pi^-}$$

$$R_c = \frac{K^-p \rightarrow \text{charged particles}}{K^-p \rightarrow \text{all final states}}$$

$$R_n = ?$$



### 3. New separable $NN$ potential

- The Two-term Separable New potential (TSN) of nucleon-nucleon interaction

$$V_{NN}^{TSN}(k, k') = \sum_{m=1}^2 g_m(k) \lambda_m g_m(k'),$$

with form- factors

$$g_m(k) = \sum_{n=1}^3 \frac{\gamma_{mn}}{(\beta_{mn})^2 + k^2}$$

$k, k'$  : 相对運動量

### 3. New separable $NN$ potential

**Table 1** Parameters of the new  $V_{NN}^{TSN}$  potential, triplet: strength constants  $\lambda_m$ , range  $\beta_{mn}$  and additional  $\gamma_{mn}$  parameters.

	$\lambda_m$	$\beta_{m1}$	$\beta_{m2}$	$\beta_{m3}$	$\gamma_{m1}$	$\gamma_{m2}$	$\gamma_{m3}$
$m = 1$	-1.9938	1.2096	3.2135	1.3912	0.0884	1.9889	-0.1027
$m = 2$	1.7584	3.9940	3.9999	2.7070	-1.9660	-1.9225	0.4144

**Table 2** Parameters of the new  $V_{NN}^{TSN}$  potential, singlet: strength constants  $\lambda_m$ , range  $\beta_{mn}$  and additional  $\gamma_{mn}$  parameters.

	$\lambda_m$	$\beta_{m1}$	$\beta_{m2}$	$\beta_{m3}$	$\gamma_{m1}$	$\gamma_{m2}$	$\gamma_{m3}$
$m = 1$	-1.9793	1.8855	2.8396	1.1834	-0.1800	1.9999	0.0362
$m = 2$	1.7815	3.9897	3.9919	0.5000	-1.8881	-1.9914	0.0014

### 3. New separable $NN$ potential

- TNSポテンシャルでの散乱長と有効長

$$a_{np} = -5.400\text{fm}, \quad r_{np} = 1.744\text{fm}$$

$$a_{pp} = 16.325\text{fm}, \quad r_{pp} = 2.792\text{fm}$$

- TSAポテンシャルでの散乱長と有効長

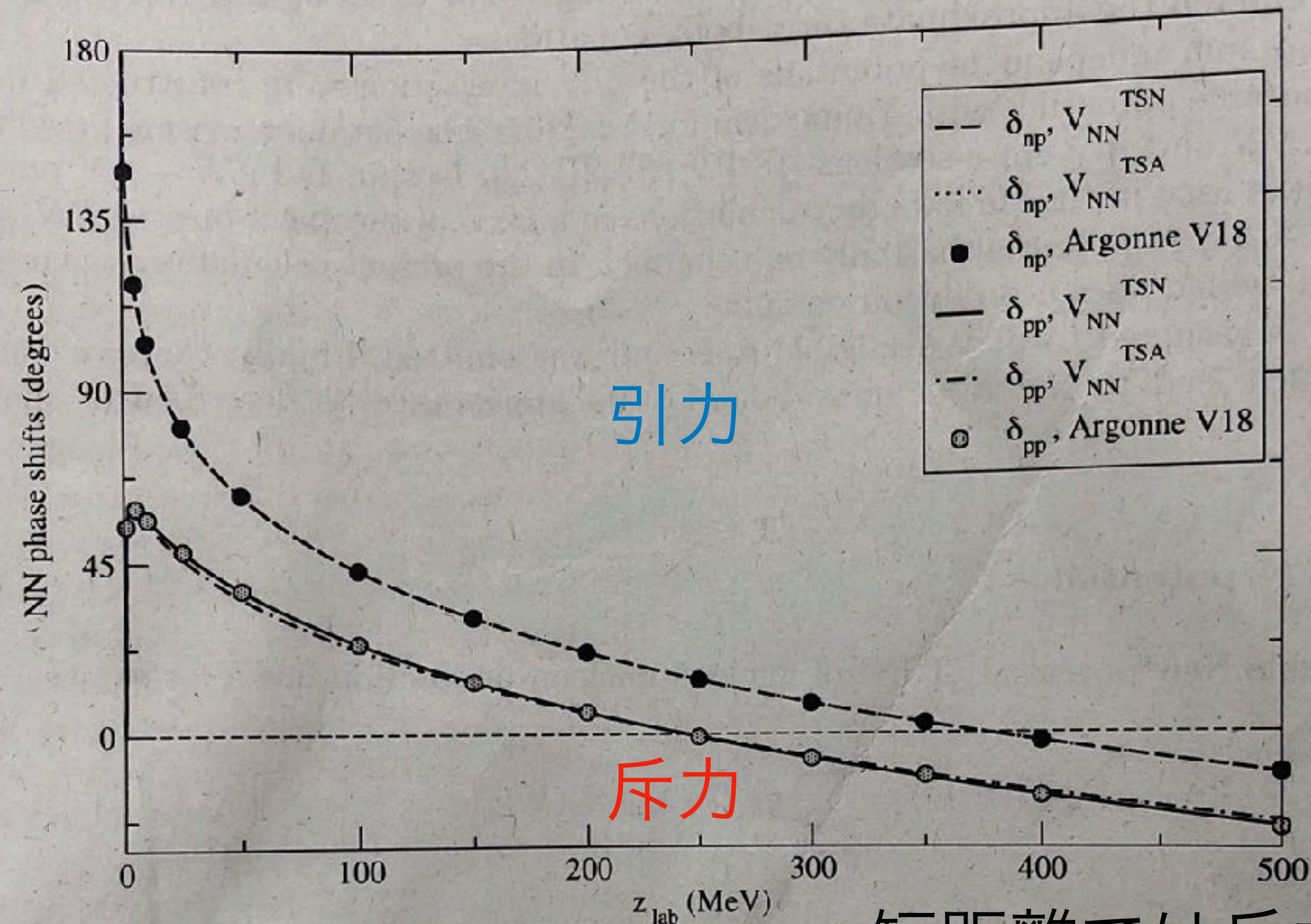
$$a_{np} = -5.413\text{fm}, \quad r_{np} = 1.760\text{fm}$$

$$a_{pp} = 16.559\text{fm}, \quad r_{pp} = 2.880\text{fm}$$

- 重水素の束縛エネルギーの計算結果はどちらも 2.2246MeV

### 3. New separable $NN$ potential

- 位相シフト



短距離では斥力となる

Fig. 1 Phase shifts of  $np$  and  $pp$  scattering calculated using the new  $V_{NN}^{TSN}$  and previously used  $V_{NN}^{TSA-B}$  potentials (lines) compared with phase shifts of Argonne V18 potential (circles).

### 3. New separable $NN$ potential

- 散乱長・有効長、束縛エネルギー、位相シフトを見る限り、TSNポテンシャルは実験データをよく再現しているし、TSAポテンシャルとも同様の振る舞いをしている。

# 4. Results & discussion

$V_{NN}^{TSN}$ を取り入れて計算

- 直接poleを探した方の結果

**Table 3** Binding energy  $B_{K-d}$  (MeV) and width  $\Gamma_{K-d}$  (MeV) of the quasi-bound state in the  $K^-d$  system calculated using direct pole search in the complex energy plane. The results obtained by coupled-channel  $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$  equations solving and one-channel  $\bar{K}NN$  variant with exact optical antikaon-nucleon potentials are presented. Phenomenological  $\bar{K}N$  potentials with one-pole  $V_{\bar{K}N}^{1,SIDD}$  and two-pole  $\Lambda(1405)$  structure  $V_{\bar{K}N}^{2,SIDD}$  were used together with the chirally-motivated model  $V_{\bar{K}N}^{Chiral}$  of the antikaon-nucleon interaction. The binding energy is counted from the threshold energy of the  $K^-d$  system:  $z_{th,K-d} = m_{\bar{K}} + 2m_N + E_{deu} = 2371.26$  MeV.

	Coupled-channels calculation		With exact optical $\bar{K}N$ potential	
	$B_{K-d}$	$\Gamma_{K-d}$	$B_{K-d}$	$\Gamma_{K-d}$
$V_{\bar{K}N}^{1,SIDD}$	—	—	0.8	68.3
$V_{\bar{K}N}^{2,SIDD}$	0.9	59.4	3.8	63.2
$V_{\bar{K}N}^{Chiral}$	1.3	41.8	0.9	43.6

## 4. Results & discussion

- 同様の方法で $V_{NN}^{TSA}$ を入れて計算したときは、Quasi-bound stateは1個も現れなかった。→ $\bar{K}N$ 相互作用だけでなく $NN$ 相互作用も $K^{-d}$ のQuasi-bound state探索の計算結果に影響を与える。
- $V_{NN}^{TSA}$ 使用時のpoleの位置は $K^{-d}$ のthresholdにととても近かったが、この論文で提案された $V_{NN}^{TSN}$ はpoleを低エネルギー側に移動させるように働いた  
→Quasi-boundの出現

## 4. Results & discussion

- ところで、atomic stateのK中間子重水素と $K^-d$  Quasi-bound stateはどちらもスピン1の $\bar{K}NN$ 状態だが、見間違えることはあり得ない。束縛エネルギーがそれぞれ $\sim 10\text{keV}$ 、 $1\sim 2\text{MeV}$ で、共鳴の幅がそれぞれ $\sim 1\text{keV}$ と数十MeVだから。



# 4. Results & discussion

- $K^-pp$ ではうまくいった $1/|\text{Det}|^2$ 法は $K^-d$ ではclearな結果は得られなかった。

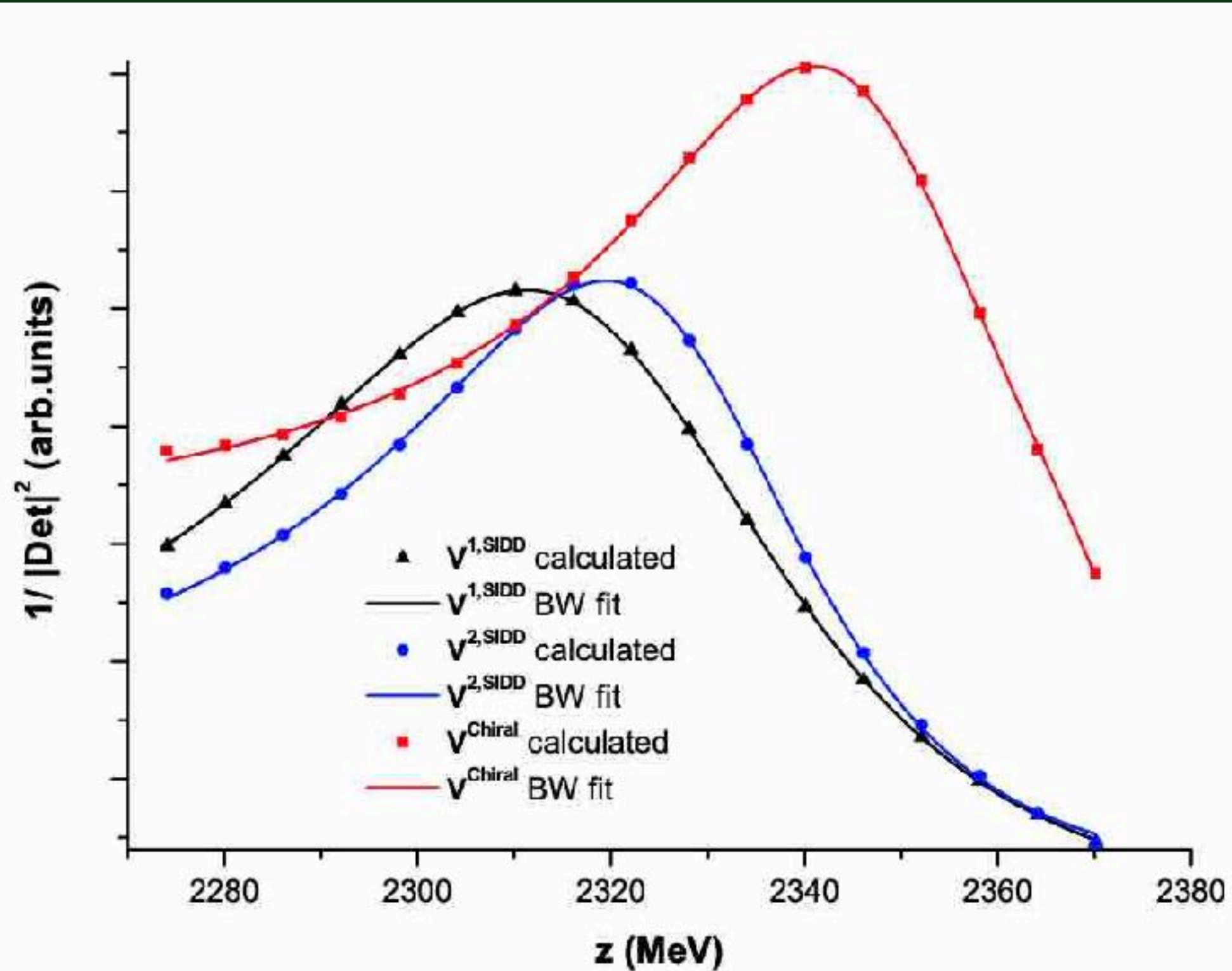


FIG. 1. (Color online) Function  $1/|\text{Det}(z)|^2$  calculated with the one-pole  $V_{\bar{K}N-\pi\Sigma}^{1,\text{SIDD}}$  (black triangles), two-pole  $V_{\bar{K}N-\pi\Sigma}^{2,\text{SIDD}}$  (blue [gray] circles) phenomenological potentials, and the chirally motivated  $V_{\bar{K}N-\pi\Sigma-\pi\Lambda}^{\text{Chiral}}$  potential (red [gray] squares). Breit-Wigner fits for all three functions are plotted by the lines of the corresponding color.

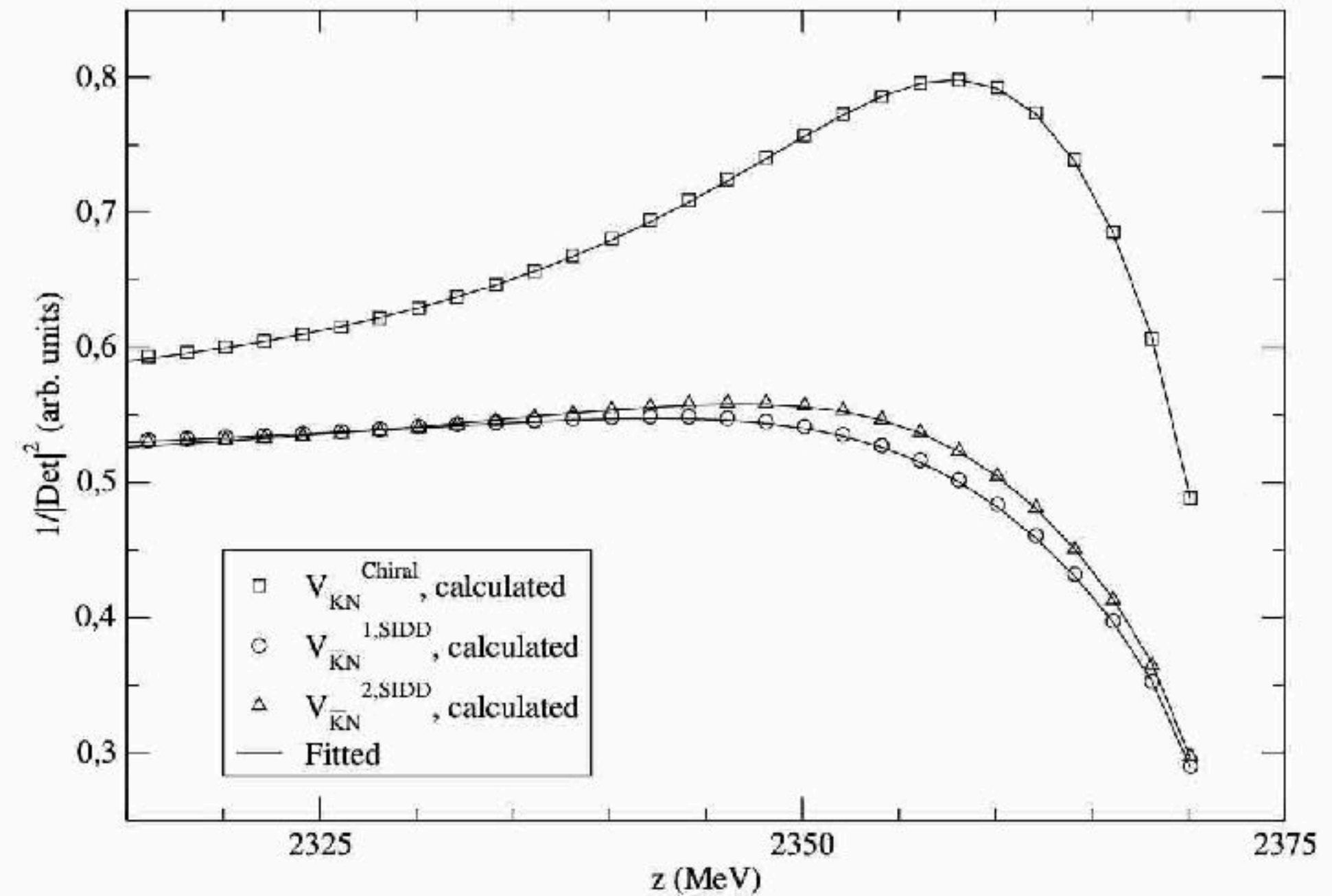


Fig. 2 Evaluated  $1/|\text{Det}(z)|^2$  functions for the  $K^-d$  system calculated using chirally-motivated  $V_{\bar{K}N}^{\text{Chiral}}$  (squares), one-pole phenomenological  $V_{\bar{K}N}^{1,\text{SIDD}}$  (circles) and two-pole phenomenological  $V_{\bar{K}N}^{2,\text{SIDD}}$  (triangles) antikaon-nucleon potentials. The lines are the corresponding non-linear fits of the functions.

## 4. Results & discussion

- $1/|\text{Det}|^2$ 法はthresholdに近い(つまり束縛エネルギーが小さい)Quasi-bound stateを調べるには適切ではない。

$$\begin{array}{ll} B_{K-d,BW}^{1,\text{SIDD}} = 9.2 \text{ MeV}, & \Gamma_{K-d,BW}^{1,\text{SIDD}} = 59.6 \text{ MeV}, \\ B_{K-d,BW}^{2,\text{SIDD}} = 11.4 \text{ MeV}, & \Gamma_{K-d,BW}^{2,\text{SIDD}} = 52.2 \text{ MeV}, \\ B_{K-d,BW}^{\text{Chiral}} = 5.3 \text{ MeV}, & \Gamma_{K-d,BW}^{\text{Chiral}} = 48.6 \text{ MeV}. \end{array}$$

- 特に、束縛エネルギーが直接pole探査法の結果とズレている。

## 4. Results & discussion

- 新しい  $V_{NN}^{TSN}$  ポテンシャルを  $K^-pp$  に適用するとどう変化するか？元々  $K^-pp$  の Quasi-bound state は threshold から離れていたためあまり変化は見られなかった。

**Table 4** Binding energy  $B_{K^-pp}$  (MeV) and width  $\Gamma_{K^-pp}$  (MeV) of the quasi-bound state in the  $K^-pp$  system calculated using direct pole search in the complex energy plane. The results obtained by coupled-channel  $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$  equations solving and one-channel  $\bar{K}NN$  variant with exact optical antikaon-nucleon potentials are presented. Phenomenological  $\bar{K}N$  potentials with one-pole  $V_{\bar{K}N}^{1,SIDD}$  and two-pole  $\Lambda(1405)$  structure  $V_{\bar{K}N}^{2,SIDD}$  were used together with the chirally-motivated model  $V_{\bar{K}N}^{Chiral}$  of the antikaon-nucleon interaction. Previous results from [7] are also shown. The binding energy is counted from the threshold energy of the  $K^-pp$  system:  $z_{th,K^-pp} = m_{\bar{K}} + 2m_N = 2373.485$  MeV.

	Coupled channels calculation		With exact optical $\bar{K}N$ potential		Previous results from [7]	
	$B_{K^-pp}$	$\Gamma_{K^-pp}$	$B_{K^-pp}$	$\Gamma_{K^-pp}$	$B_{K^-pp}$	$\Gamma_{K^-pp}$
$V_{\bar{K}N}^{1,SIDD}$	52.18	67.1	53.29	63.3	53.29	64.9
$V_{\bar{K}N}^{2,SIDD}$	46.56	51.2	46.65	47.4	47.45	49.8
$V_{\bar{K}N}^{Chiral}$	29.43	46.4	30.01	46.6	32.24	48.6

## 5. Summary

- $NN$ 相互作用は $K^-pp$ ,  $K^-d$  両方のquasi-bound stateに影響を与えた。
- 特に $K^-d$ のQuasi-bound stateの調査では $NN$ 相互作用がよく効いた。
- $K^-pp$ ,  $K^-d$ のquasi-boundの束縛エネルギーは大きく異なる( $\sim 50\text{MeV}$ と $\sim 3\text{MeV}$ )が、共鳴の幅は同等( $40\sim 60\text{MeV}$ )だった。